

І. В. Зімчук, канд. техн. наук, доц.
Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова
<https://orcid.org/0009-0003-9372-5720>

Т. М. Шапар
Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова
<https://orcid.org/0009-0008-0497-7675>

СИНТЕЗ НЕРЕКУРСИВНИХ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ ДЛЯ ІНЕРЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ НАВІГАЦІЇ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Ключовою вимогою, яка висувається до систем навігації, є висока точність та надійність визначення навігаційних даних. Основу сучасних навігаційних комплексів безпілотних літальних апаратів становлять інерціальні навігаційні системи, які відповідають цілому комплексу важливих показників, таких як: висока інформативність, абсолютна автономність, захищеність та стійкість. У безпілотних літальних апаратах малої маси набули широкого застосування безплатформні інерціальні навігаційні системи, які реалізуються на базі акселерометрів та гіроскопів, виготовлених за технологією мікроелектромеханічних систем. Низька точність таких сенсорів зумовлює застосування в системах навігації додаткових етапів оброблення навігаційних вимірювань, які, як правило, реалізуються із застосуванням рекурсивних цифрових фільтрів, що працюють за принципом корекції передбачення. Основною проблемою реалізації таких фільтрів є можлива нестійкість. У зв'язку із цим статтю присвячено синтезу та дослідженню нерекурсивних цифрових фільтрів для безплатформних інерціальних систем навігації безпілотних літальних апаратів. Викладено методика, за якою визначають структуру та коефіцієнти згладжування нерекурсивних цифрових фільтрів. Її подано як розвиток теоретичних положень структурного синтезу рекурсивних цифрових фільтрів, які функціонують за принципом корекції передбачення. Згладжувальні фільтри розглянуто як динамічні системи, описані дискретними передавальними функціями. Нерекурсивну структуру цифрових фільтрів досягнуто шляхом відповідних перетворювань структури рекурсивних фільтрів за умови примусового усунення операції розрахунку передбачення. Алгоритми, які реалізують обчислювальну процедуру фільтрації, є різницевиими рівняннями, коефіцієнти яких відповідають відлікам імпульсної характеристики фільтра. У роботі наведено приклад синтезу нерекурсивного алгоритму фільтрації, працездатність та ефективність якого досліджено шляхом комп'ютерного моделювання.

Ключові слова: цифровий фільтр; оцінка; вимірювання; безпілотний літальний апарат; акселерометр; система навігації; алгоритм фільтрації; нерекурсивний фільтр.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Одним із основних режимів функціонування безпілотних літальних апаратів (БпЛА) є політ за завчасно заданою

траєкторією. Для керування таким рухом необхідно мати актуальні навігаційні дані літального апарата, а саме: координати центра мас, напрямок та швидкість пересування, орієнтацію в просторі [1]. Стандартним рішенням їх отримання є використання інтегрованих навігаційних систем, які поєднують інерціальну та супутникову складові. Обидві системи працюють одночасно і, як правило, комплексуються [2, 3].

Для БпЛА військового призначення важливого значення набуває можливість здійснювати політ в автономному режимі. За відсутності сигналів глобальних супутникових навігаційних систем (СНС) та зв'язку з наземною станцією управління він повинен перейти в автономний режим польоту, який реалізується засобами інерціальної навігаційної системи (ІНС). При цьому критичного значення набуває точність навігаційної інформації. Значне відхилення від заданої траєкторії польоту може призвести до невиконання бойового завдання або втрати БпЛА [1].

Автономність та висока інформативність ІНС обґрунтовують її належність до універсальних систем із визначення як траєкторних рухів БпЛА (координат та швидкості польоту), так і кутових координат (кутів крену, тангажа й курсу) та інших параметрів, наприклад, прискорень, кутових швидкостей тощо [4]. У БпЛА малої маси широкого застосування набули безплатформні ІНС, які реалізуються на базі мікроелектромеханічних акселерометрів та гіроскопів. Однак інерціальні датчики не вирізняються високою точністю через наявність у складі вимірювань низькочастотної та високочастотної складових, які являють собою нестабільність зміщення нуля й адитивний шум, спричинений особливостями конструкції та умовами функціонування. Для зменшення рівня перешкод, які приховують належну інформацію, використовують додаткові етапи перетворення та оброблення вихідних сигналів інерціальних датчиків [5–7].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На практиці для зниження рівня флуктуаційних шумів та похибок акселерометричних датчиків використовують алгоритми фільтрації [8, 9]. Класичним способом розв'язання задачі фільтрації є застосування фільтра Калмана [5, 7], який дозволяє отримати оцінку, оптимальну за критерієм – мінімум середньоквадратичної помилки оцінювання, за умови наявності апріорної інформації про математичну модель даних, які вимірюються, а також статистичні характеристики помилок вимірювань [8, 9]. Можливість застосування таких алгоритмів у навігаційних системах обумовлена тим, що є задачі, які можуть бути зведені до лінійних без помітних втрат у точності. Водночас унаслідок нелінійного характеру рівнянь, які описують динаміку вектора стану та вимірювань, є декілька модифікацій класичного фільтра Калмана, серед яких: розширений фільтр Калмана (Extended Kalman filter – EKF) [10, 11], сигма-точковий фільтр Калмана (Unscented Kalman filter – UKF) [12, 13] та фільтр Калмана частинок (Particle Kalman Filter – PKF) [14]. Різниця між згаданими алгоритмами полягає в методах лінеаризації нелінійних моделей.

Розглянуті алгоритми калманівського типу є досить універсальними щодо практичного застосування, однак характеризуються високою складністю. Кожна наступна модифікація фільтра вимагає значно більших обчислювальних потужностей. Саме тому їх застосування в системах, які реалізуються на мікроконтролерах, повинно бути виправдане. Крім того, має місце проблема їх практичної реалізації через абстрактну

форму опису, яка не відображає усіх деталей процесу [15].

Порівняно новим підходом до розв'язання задачі фільтрації параметрів орієнтації в ІНС є фільтр Маджвіка [9, 16], який обчислює єдину оцінку орієнтації на основі вимірювань акселерометра та гіроскопа. Його точність сумірна з точністю фільтра Калмана, однак на відміну від останнього він потребує менше обчислювальних ресурсів для своєї реалізації, а задача мінімізації помилок оцінювання в цьому фільтрі розв'язується застосуванням алгоритму градієнтного спуску, при цьому пошук мінімуму реалізується лише в одну його ітерацію. Для опису орієнтації об'єкта в просторі фільтр Маджвіка використовує кватерніони, що не є наочним для прямого розуміння користувачем. Крім того, алгоритм був спроектований під умови конкретної задачі, тому він не є універсальним.

Найпростіший варіант фільтра, здатний розв'язувати задачу фільтрації вимірювань в ІНС, – це комплементарний фільтр [16]. Його робота ґрунтується на змішуванні вимірювань акселерометра та гіроскопа у визначеній пропорції. Незважаючи на простоту реалізації цього алгоритму, точність вихідних значень фільтра нижча, ніж у розглянутих вище алгоритмів. Крім того, налаштування коефіцієнта згладжування комплементарного фільтра передбачено лише експериментальним шляхом.

У ході розроблення ефективних алгоритмів необхідно брати до уваги особливості умов розв'язання прикладних задач фільтрації. Зокрема, активно розвиваються методи поліноміальної фільтрації [17], у яких враховується той факт, що вимірювання навігаційних параметрів є одновимірним потоком даних. Для таких припущень у [15] викладено метод, що дозволяє синтезувати згладжувальні фільтри в разі скалярних моделей вхідних дій і дає можливість формувати алгоритми заданої структури, виходячи із забезпечення необхідної точності оцінювання в сталому режимі. Фільтри, синтезовані за викладеним методом, належать до класу рекурсивних цифрових фільтрів (РЦФ), які функціонують за принципом корекції передбачення. Характеристика такого фільтра описується диференціальним рівнянням n -го порядку, яке показує що значення вибірки на виході фільтра в поточний момент часу визначається лінійною комбінацією зважених вибірок у цей та минулі часові відтинки. У результаті побудови такої структури синтезується фільтр із характеристикою полюсно-нульового типу. Кількість полюсів та нулів (порядок фільтра) визначається кількістю елементів затримки.

Теоретично структура РЦФ має нескінченну пам'ять, і тому її вважають структурою фільтра з нескінченною імпульсною характеристикою. Наявність у ній нулів та полюсів дозволяє реалізувати фільтр із крутим зрізом характеристики в поєднанні з малою шириною смуги пропускання за невеликої кількості елементів затримки (фільтр малої складності). Недоліком таких фільтрів є відсутність механізмів керування фазовою характеристикою (груповою затримкою) фільтра. Однак основною проблемою під час їх проектування є можлива нестійкість фільтра через наявність полюсів за межами області стійкості, що може стати причиною розбіжності процесу фільтрації.

Одним із способів подолання потенційної нестійкості є створення такого фільтра, характеристика якого має лише нулі, тобто в ньому використовуються лише множники з прямим зв'язком. Ці фільтри належать до класу нерекурсивних цифрових фільтрів

(НРЦФ), обмежена пам'ять яких регулюється кількістю елементів затримки. Їхніми основними перевагами є можливість отримання лінійної фазочастотної характеристики та абсолютна стійкість у разі нерекурсивної реалізації. Вказані особливості спонукають до синтезу саме нерекурсивних алгоритмів фільтрації та їх можливого застосування для фільтрації вимірювань датчиків орієнтації ІНС БпЛА.

Формулювання завдання дослідження. Метою статті є розроблення методики синтезу нерекурсивних алгоритмів поліноміальної фільтрації результатів вимірювань в ІНС БпЛА. Синтезовані алгоритми повинні відповідати вимогам заданого критерію якості фільтрації та мінімальної обчислювальної складності щодо своєї реалізації, що є надзвичайно актуальним у навігаційних системах малих БпЛА [2].

Виклад основного матеріалу

Дано. Рівняння стану та спостереження:

$$x(n) = \sum_{m=0}^N \frac{T^m}{m!} \Delta^m x(n-1);$$

$$g(n) = x(n) + f(n),$$
(1)

де x – істинне значення інформаційного параметра;

$\Delta^m x$ – кінцева різниця m -го порядку;

N – порядок моделі;

T – темп оброблення інформації;

$n = 0, 1, 2, \dots$ – нормований відносно інтервалу дискретизації дискретний час;

f – помилка вимірювання.

Знайти. Для дискретного процесу (1) синтезувати нерекурсивний фільтр, який формує оцінку $\hat{x}(n)$, оптимальну за критерієм – мінімум дисперсії помилок оцінювання:

$$P(n) = M[\varepsilon^2(n)] \rightarrow \min,$$
(2)

тут

$$\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n)$$

– помилка оцінювання.

Обмеження. Помилки вимірювань (шуми) є некорельованим білим гаусівським шумом:

$$M[x(n)f(n)] = 0, M[f(n)f(n-i)] = 0, i > 0,$$

$$R(n) = M[f^2(n)],$$
(3)

де M – символ математичного сподівання;

R – дисперсія адитивного шуму, значення якої вважається відомим.

Синтез нерекурсивних алгоритмів фільтрації. Поставлену задачу розв'язуємо шляхом розвитку теоретичних положень методики синтезу алгоритмів поліноміальної

фільтрації, яку викладено в [15]. Згідно з нею синтез алгоритмів фільтрації полягає в застосуванні таких рівнянь:

$$x_e(n) = [1 - A(z)]\hat{x}(n); \quad (4)$$

$$\tilde{u}(n) = g(n) - x_e(n); \quad (5)$$

$$\hat{x}(n) = \frac{B(z)}{A(z)}\tilde{u}(n), \quad (6)$$

де $x_e(n)$ – екстрапольоване значення інформаційного параметра;
 $\tilde{u}(n)$ – нев'язка;

$$B(z) = \sum_{j=0}^l b_j z^{-j} \quad (7)$$

– чисельник передавальної функції розімкненої частини фільтра, який містить коефіцієнти згладжування, значення яких характеризують якість фільтрації;

$$A(z) = (1 - z^{-1})^v \left[1 + \sum_{i=1}^k a_i z^{-i} \right]$$

– знаменник передавальної функції розімкненої частини фільтра, який визначає порядок астатизму, розраховуємо його на підставі третьої форми умов інваріантності:

$$A(z)x(n) = 0. \quad (8)$$

Для розв'язання поставленої задачі розраховуємо передавальну функцію рекурсивного цифрового фільтра

$$K_{pцф}(z) = \frac{\hat{x}(z)}{g(z)}. \quad (9)$$

У результаті відповідних підставлень із рівнянь (4)–(6) отримаємо:

$$K_{pцф}(z) = \frac{B(z)}{B(z) + A(z)(1 - B(z))} \quad (10)$$

або

$$K_{pцф}(z) = \frac{B(z)}{A(z) + B(z)(1 - A(z))}. \quad (11)$$

Із рівняння (9) вираз для оцінки набуває такого вигляду:

$$\hat{x}(n) = \frac{B(z)}{A(z) + B(z)(1 - A(z))} g(z). \quad (12)$$

На основі рівняння (12) синтезуються рекурсивні алгоритми фільтрації, у яких відсутня математична операція розрахунку екстрапольованого значення інформаційного параметра.

Приклад 1. Припустимо, що модель вхідного сигналу описано лінійною моделлю ($m = 1$). Рівняння спостереження – вираз (1). Виконуються умови (3).

Синтез відбувається в такій послідовності. На підставі (8) визначаємо поліном $A(z)$ у такому вигляді:

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2.$$

Із рівняння (7) знаходимо

$$B(z) = b_0.$$

Рекурсивний алгоритм фільтрації синтезуємо за таким виразом (12):

$$\hat{x}(n) = b_0 g(n) + 2(1 - b_0)\hat{x}(n - 1) - (1 - b_0)\hat{x}(n - 2). \quad (13)$$

Для синтезу нерекурсивних алгоритмів, унаслідок відсутності зворотного зв'язку, припускаємо, що у виразі (4) $[1 - A(z)] = 0$. Виходячи з припущення, маємо

$$A(z) = 1,$$

і тоді рівняння (12) набуде такого вигляду:

$$\hat{x}(n) = B(z)g(n). \quad (14)$$

У виразі (14) поліном $B(z)$ визначено за рівнянням (7), він являє собою загальновідому передавальну функцію нерекурсивного цифрового фільтра, алгоритм функціонування якого знаходимо за виразом

$$\hat{x}(n) = g(n) \sum_{j=0}^l b_j z^{-j}. \quad (15)$$

Для розрахунку коефіцієнтів b_j скористаємось твердженням, що коефіцієнти НРЦФ відповідають відлікам його імпульсної характеристики [18]. Оскільки частотна характеристика будь-якого цифрового фільтра є періодичною функцією, то його імпульсну характеристику можна обчислити за допомогою зворотного перетворення Фур'є заданої частотної характеристики:

$$W_\phi(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega; \\ 0, & \omega_n < |\omega| < \frac{\pi}{T}. \end{cases} \quad (16)$$

Використовуючи зворотне перетворення Фур'є дискретних сигналів, визначаємо імпульсну характеристику фільтра:

$$k(i) = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} W_{\phi}(\omega) e^{j\omega iT} d\omega = \frac{T}{2\pi} \int_{-\omega_n}^{\omega_n} \cos(\omega iT) d\omega = \frac{T}{2\pi} \frac{\sin(\omega iT)}{iT} \Big|_{-\omega_n}^{\omega_n} =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} [\sin(\omega_n iT) - \sin(-\omega_n iT)], \quad (17)$$

тут $\omega_n = 2\pi f_n$ – гранична частота сигналу.

Із рівняння (17) виводимо вираз для розрахунку коефіцієнтів НРЦФ:

$$b_i = 2f_n T \frac{\sin(2\pi f_n iT)}{2\pi f_n iT}. \quad (18)$$

Отже, вирази (15) та (18) визначають порядок синтезу нерекурсивних цифрових фільтрів, у яких для отримання оцінки використовуються лише множники з прямим зв'язком.

Приклад 2. Для умов прикладу 1 синтезуємо НРЦФ четвертого порядку.

За виразом (15) алгоритм фільтрації буде мати такий вигляд:

$$\hat{x}(n) = b_0 g(n) + b_1 g(n-1) + b_2 g(n-2) + b_3 g(n-3) + b_4 g(n-4). \quad (19)$$

Для умов $T = 0,1$ с та $f_n = 100$ Гц із рівняння (18) розраховуємо вагові коефіцієнти фільтра: $b_0 = 0,652$, $b_1 = 0,283$, $b_2 = 0,129$, $b_3 = -0,016$, $b_4 = -0,046$.

Результати моделювання. Ефективність синтезованого алгоритму оцінювали з використанням комп'ютерного моделювання. Розроблено комп'ютерну модель, яка дозволяє імітувати процес фільтрації вхідних сигналів відповідно до синтезованих рівнянь. За вхідні дані використовували реальні виміри триосьового акселерометра ADXL345, який було встановлено безпосередньо на борту БпЛА. Імітувалася зміна кута крену БпЛА (рис. 1).

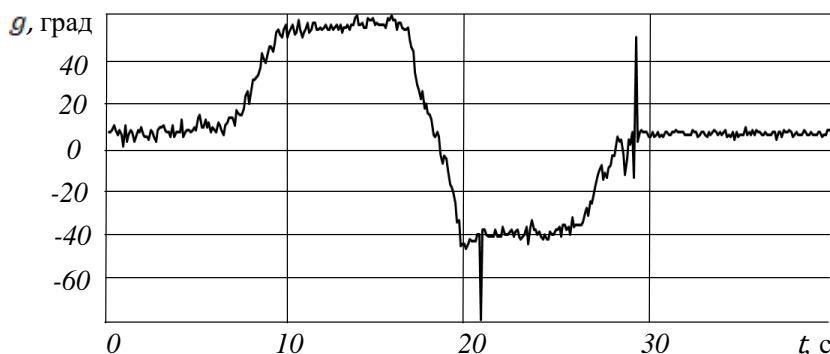


Рис. 1. Зміна кута крену БпЛА, визначеного за результатами вимірювань акселерометра

Вимірювання оброблялися з періодом $T = 0,1$ с. На рис. 2 показано результат фільтрації вимірювань із застосуванням синтезованого нерекурсивного алгоритму фільтрації (19).

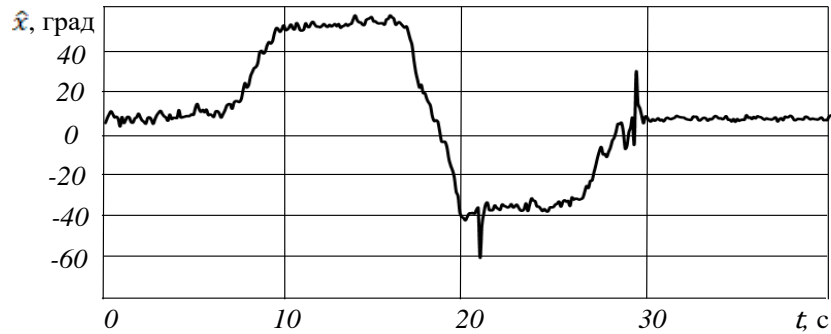


Рис. 2. Результат фільтрації кута крену БпЛА із застосуванням синтезованого НРЦФ

Отримані дані порівнювалися з результатами фільтрації із застосуванням синтезованого рекурсивного алгоритму (13) за коефіцієнта згладжування $b_0 = 0,3$ (рис. 3).

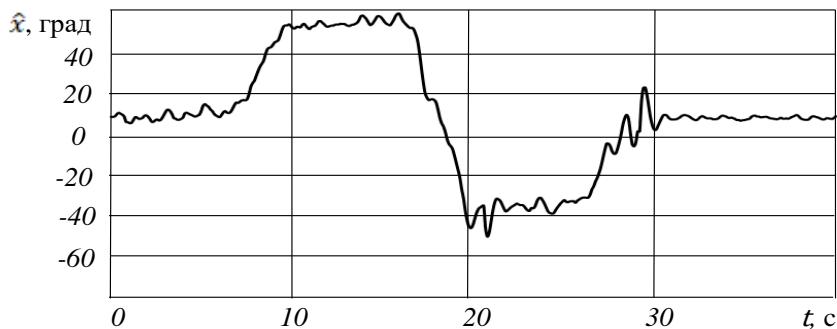


Рис. 3. Результат фільтрації кута крену БпЛА із застосуванням синтезованого РЦФ

Для кількісного оцінювання якості фільтрації розраховано дисперсію вимірювань D_g та дисперсії оцінок, отриманих із застосуванням синтезованих алгоритмів фільтрації $D_x^{нрцф}$ та $D_x^{рцф}$. Результати розрахунків надано в табл. 1.

Таблиця 1

Дисперсії оцінок

	Часовий інтервал фільтрації, с					
	0–6	6–10	10–16	16–20	20–30	30–40
D_g , град ²	5,72	22,64	4,61	93,16	33,78	0,87
$D_x^{нрцф}$, град ²	3,79	21,24	2,59	87,09	29,72	0,43
$D_x^{рцф}$, град ²	4,14	23,73	3,31	97,76	31,07	0,47

З отриманих результатів видно, що на інтервалах часу, де кутове положення БпЛА не змінюється, синтезований НРЦФ забезпечує високу якість фільтрації, яка проявляється в зменшенні дисперсії вхідного шуму в 1,5–2,0 рази. На інтервалах часу, де відбувається зміна кутового положення БпЛА в просторі, дисперсія вхідного шуму зменшується лише

в 1,1 раза. Синтезований РЦФ, незважаючи на закладену в нього на етапі синтезу лінійну модель руху, не забезпечив кращої якості фільтрації.

Висновки. У статті викладено методику синтезу поліноміальних НРЦФ для ІНС БпЛА на основі розвитку теоретичних положень синтезу РЦФ, які функціонують за принципом корекції передбачення. Синтезовані алгоритми, що реалізують обчислювальну процедуру фільтрації, визначено за дискретною передавальною функцією фільтра, вони є різницевиими рівняннями, коефіцієнти яких відповідають відлікам імпульсної характеристики фільтра. Завдяки нерекурсивній реалізації таких фільтрів, розв'язано проблему можливої нестійкості систем оброблення даних.

Ефективність методики показано на прикладі синтезу алгоритму фільтрації результатів навігаційних вимірювань. За результатами комп'ютерного моделювання синтезований фільтр показав досить високу якість згладжування шумів вимірювань.

Напрямом подальших досліджень стане поширення викладеного підходу для синтезу багатовимірних та комплементарних алгоритмів фільтрації для систем навігації БпЛА.

СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ

1. Підвищення точності автономної навігації невеликих безпілотних літальних апаратів за рахунок врахування вітру та похибок сенсорів / А. А. Шалигін, В. О. Нерубацький, А. Ф. Кудрявцев та ін. // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2022. № 3 (48). С. 44–50. <https://doi.org/10.30748/nitps.2022.48.05>
2. Харченко В. П., Чепіженко В. І., Тунік А. А., Павлова С. В. Авіоніка безпілотних літальних апаратів. Київ : ТОВ «Абрис-принт», 2012. 464 с.
3. Weisong Wen, Tim Pfeifer, Xiwei Bai, Li-Ta Hsu. Factor Graph Optimization for GNSS / INS Integration: A Comparison with the Extended Kalman Filter // Navigation: Journal of the Institute of Navigation. 2021. Vol. 68 (2). P. 315–331. <https://doi.org/10.1002/navi.421>
4. Захарін Ф. М., Синеглазов В. М., Філяшкін М. К. Алгоритмічне забезпечення інерціально-супутникових систем навігації : монографія. Київ : Вид-во «НАУ-друк», 2011. 320 с.
5. Рудик А. В. Акселерометричні інерціальні мікросистеми орієнтації // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : матеріали XVII Міжнар. наук.-техн. конф. (8–13 червня 2017 р., м. Одеса). Одеса : Одес. нац. акад. зв'язку ім. О. С. Попова ; Хмельницький : ХНУ, 2017. С. 103–105.
6. Шуляк М. Л. Аналіз існуючих систем фільтрації даних при експериментальному дослідженні транспортного засобу // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. 2020. № 21. С. 175–184. <https://doi.org/10.37700/ts.2020.21.175-184>
7. Розроблення та дослідження сучасних систем електроенергетики та автоматизації : Монографія / В. В. Древецький, С. В. Василець, А. В. Рудик та ін. Рівне : Овід, 2020. 380 с.
8. Новацький А. О., Коломійцев П. Є., Сапсай П. О. Комплементарний фільтр для квадрокоптера з компенсацією температурного дрейфу нуля датчика кутової швидкості // Молодий вчений. 2014. № 5 (08). С. 15–18. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/molv_2014_5%281%29_4 (дата звернення: 01.02.2026).
9. Фесенко О. Д. Вдосконалений метод орієнтації безпілотного літального апарата

в тривимірному просторі за допомогою мікроелектромеханічних систем інерціальної системи навігації на основі фільтра Маджвіка // *Авіаційна та ракетно-космічна техніка*. 2018. Т. 29 (68), Ч. 1, №3. С. 35–42. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_3%281%29_9 (дата звернення: 02.02.2026).

10. Afshari H. H., Gadsden S. A., Habibi S. Gaussian Filters for Parameter and State Estimation: A General Review of Theory and Recent Trends // *Signal Processing*. 2017. Vol. 135. P. 218–238. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.01.001>

11. Guoqiang Mao, Sam Drake, Brian D. O. Anderson. Design of an Extended Kalman Filter for UAV Localization // *Information, Decision and Control*. IEEE. 2007. P. 224–229. <https://doi.org/10.1109/IDC.2007.374554>

12. Covariance Matching Based Adaptive Unscented Kalman Filter for Direct Filtering in INS/GNSS Integration / Yang Meng, Shesheng Gao, Yongmin Zhong et al. // *Acta Astronautica*. 2016. Vol. 120. P. 171–181. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.12.014>

13. Crassidis J. L. Sigma-Point Kalman Filtering for Integrated GPS and Inertial Navigation // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2006. Vol. 42, No. 2. P. 750–756.

14. Hoteit I., Luo Xiaodong, Pham Dinh-Tuan, Moroz I. M. Particle Kalman Filtering: A Nonlinear Framework for Ensemble Kalman Filters // *AIP Conference Proceedings*. 2010. Vol. 1281, Iss. 1. P. 1075–1079. <https://doi.org/10.1063/1.3497823>

15. Зімчук І. В., Шапар Т. М., Ковба М. В. Синтез алгоритмів фільтрації результатів вимірювань в системах навігації безпілотних літальних апаратів // *Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування*. 2024. Вип. 96. С. 21–27. <https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.96.21-27>

16. Бугайов Д. В., Аврутов В. В., Нестеренко О. І. Експериментальне порівняння алгоритмів визначення орієнтації на базі компліментарного фільтра та фільтра Маджвіка // *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2020. Vol. 12, Iss. 3. P. 9–18. <https://doi.org/10.15673/atbp.v12i3.1855>

17. Efficiency Analysis of Polynomial Filtering Algorithms in Navigation Data Processing for a Class of Nonlinear Discrete Dynamical Systems / O. A. Stepanov, V. A. Vasiliev, M. V. Basin et al. // *IET Control Theory & Applications*. 2021. Vol. 15, № 2. P. 248–259. <https://doi.org/10.1049/cth2.12036>

18. Заболотній С. В. Цифрове оброблення сигналів : навч. посіб./ За ред. проф. Ю. Г. Леги ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. Черкаси : ЧДТУ, 2010. 119 с. ISBN 978-966-402-093-7.

Стаття надійшла до редакції 12.03.2026.

Прийнято до друку 27.03.2026.

Дата публікації 30.06.2026.

REFERENCES

1. Shalyhin, A. A., Nerubatskyi, V. O., & Kudriavtsev, A. F. et al. (2022). Pidvyshchennia tochnosti avtonomnoi navihatsii nevelykykh bezpilotnykh litalnykh aparativ za rakhunok vrakhuvannia vitru ta pokhybok sensoriv [Improving Accuracy of Autonomous Navigation of

- Small Unmanned Aerial Vehicles by Accounting for Wind and Sensor Errors]. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl Zbroinykh Syl Ukrainy [Science and Technology of the Air Force of Ukraine]*, 3 (48), 44–50. <https://doi.org/10.30748/nitps.2022.48.05> [in Ukrainian].
2. Kharchenko, V. P., Chepizhenko, V. I., Tunik, A. A., & Pavlova, S. V. (2012). *Avionika bezpilotnykh litalnykh aparativ [Avionics of Unmanned Aerial Vehicles]*. Kyiv [in Ukrainian].
3. Weisong Wen, Tim Pfeifer, Xiwei Bai, Li-Ta Hsu. (2021). Factor Graph Optimization for GNSS / INS Integration: A Comparison with the Extended Kalman Filter. *Navigation: Journal of the Institute of Navigation*, 68 (2), 315–331. <https://doi.org/10.1002/navi.421>
4. Zakharin, F. M., Syniehlazov, V. M., & Filiashkin, M. K. (2011). *Alhorytmichne zabezpechennia inertsiialno-suputnykovykh system navihatsii: monohrafiia [Algorithmic Support of Inertial-Satellite Navigation Systems: monograph]*. Kyiv [in Ukrainian].
5. Rudyk, A. V. (2017). Akselerometrychni inertsiialni mikrosystemy orientatsii [Accelerometric Inertial Orientation Microsystems]. In *Vymiriuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh: materialy XVII Mizhnar. nauk.-tekhn. konf. [Measuring and Computing Equipment in Technological Processes: Materials of the XVII International Scientific and Technical Conference]*. Odesa, June 8–13, 2017. (pp. 103–105) [in Ukrainian].
6. Shuliak, M. L. (2020). Analiz isnuuychyykh system filtratsii danykh pry eksperymentalnomu doslidzhenni transportnoho zasobu [Analysis of Existing Data Filtering Systems During Experimental Research of a Vehicle]. *Tekhnichniy servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnoho kompleksiv [Technical Service of the Agro-Industrial, Forestry and Transport Complexes]*, 21, 175–184. <https://doi.org/10.37700/ts.2020.21.175-184> [in Ukrainian].
7. Drevetskyi, V. V., Vasylets, S. V., Rudyk, A. V. et al. (2020). *Rozroblennia ta doslidzhennia suchasnykh system elektroenerhetyky ta avtomatyzatsii: monohrafiia [Development and Research of Modern Power Engineering and Automation Systems: monograph]* [in Ukrainian].
8. Novatskyi, A. O., Kolomiitsev, P. Ye., & Sapsai, P. O. (2014). Komplementarnyi filtr dlia kvadrokoptera z kompensatsiieiu temperaturnoho dreifu nulia datchyka kutovoi shvydkosti [Complementary Filter for a Quadcopter with Compensation for the Temperature Drift of the Angular Velocity Sensor Zero]. *Molodyi vchenyi [Young Scientist]*, 5 (08), 15–18. Retrived from http://nbuv.gov.ua/UJRN/molv_2014_5%281%29_4 [in Ukrainian].
9. Fesenko, O. D. (2018). Vdoskonalenyi metod orientatsii bezpilotnoho litalnoho aparata v tryvymirnomu prostori za dopomohoiu mikroelektromekhanichnykh system inertsiialnoi systemy navihatsii na osnovi filtra Madzhvika [Improved Method of Orientation of an Unmanned Aerial Vehicle in Three-Dimensional Space USING microelectromechanical Systems of an Inertial Navigation System based on the Madzhvik Filter]. *Aviatsiina ta raketno-kosmichna tekhnika [Aviation and Space Technology]*, 29 (68), 3, 35–42. Retrived from http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_3%281%29_9 [in Ukrainian].
10. Afshari, H. H., Gadsden, S. A., & Habibi, S. (2017). Gaussian Filters for Parameter and State Estimation: A General Review of Theory and Recent Trends. *Signal Processing*, 135, 218–238. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.01.001>
11. Guoqiang Mao, Sam Drake, Brian D. O. Anderson. (2007). Design of an Extended Kalman Filter for UAV Localization. In *Information, Decision and Control. IEEE*. (pp. 224–229). <https://doi.org/10.1109/IDC.2007.374554>

12. Yang Meng, Shesheng Gao, Yongmin Zhong et al. (2016). Covariance Matching Based Adaptive Unscented Kalman Filter for Direct Filtering in INS/GNSS Integration. *Acta Astronautica*, 120, 171–181. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.12.014>
13. Crassidis, J. L. (2006). Sigma-Point Kalman Filtering for Integrated GPS and Inertial Navigation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 42, 2, 750–756. <https://doi.org/10.1109/TAES.2006.1642588>
14. Hoteit, I., Luo, X., Pham, D.-T., & Moroz, I. M. (2010). Particle Kalman Filtering: A Nonlinear Framework for Ensemble Kalman Filters. *AIP Conference Proceedings*, 1281, 1, 1075–1079. <https://doi.org/10.1063/1.3497823>
15. Zimchuk, I. V., Shapar, T. M., & Kovba, M. V. (2024). Syntez alhorytmiv filtratsii rezultativ vymiriuvan v systemakh navihatsii bezpilotnykh litalnykh aparativ [Synthesis of Measurement Filtering Algorithms in Navigation Systems of Unmanned Aircraft]. *Visnyk NTUU KPI Serii – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia [Bulletin of NTUU “KPI”. Series Radio Engineering, Radio Equipment Manufacturing]*, 96, 21–27. <https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.96.21-27> [in Ukrainian].
16. Buhaiov, D. V., Avrutov, V. V., & Nesterenko, O. I. (2020). Eksperymentalne porivniannia alhorytmiv vyznachennia oriientsatsii na bazi komplimentarnoho filtra ta filtra Madzhvika [Experimental Comparison of Orientation Determination Algorithms Based on a Complementary Filter and a Madzhvik Filter]. *Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv [Automation of Technological and Business Processes]*, 12, 3, 9–18. <https://doi.org/10.15673/atbp.v12i3.1855> [in Ukrainian].
17. Stepanov, O. A., Vasiliev, V. A., & Basin, M. V. et al. (2021). Efficiency Analysis of Polynomial Filtering Algorithms in Navigation Data Processing for a Class of Nonlinear Discrete Dynamical Systems. *IET Control Theory & Applications*, 15, 2, 248–259. <https://doi.org/10.1049/cth2.12036>
18. Zabolotnii, S. V. (2010). Tsyfrove obrobliennia syhnaliv: navch. posib. [Digital Signal Processing: a textbook]. ISBN 978-966-402-093-7 [in Ukrainian].

I. V. Zimchuk, T. M. Shapar

SYNTHESIS OF NON-RECURSIVE DIGITAL FILTERS FOR INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS OF UNMANNED AIRCRAFT

The key requirement for navigation systems for unmanned aerial vehicles is high accuracy and reliability of navigation data determination. The basis of modern navigation systems are inertial navigation systems. They meet a whole range of important requirements, such as high information content, absolute autonomy, security and stability. In low-mass, platform-free inertial navigation systems are widely used, which are implemented on the basis of accelerometers and gyroscopes manufactured using microelectromechanical systems technology. The low accuracy of such sensors necessitates the use of additional stages of processing navigation measurements in navigation systems. As a rule, such processing is implemented using recursive digital filters that operate on the principle of predictive correction. The main problem of implementing such filters is possible instability. The article is devoted to the synthesis and study of non-recursive digital filters for platform-free inertial navigation

systems of unmanned aerial vehicles. The methodology for determining the structure and smoothing coefficients of the is presented. The methodology is presented as a development of theoretical provisions of structural synthesis of recursive digital filters, which operate on the principle of prediction correction. Smoothing filters are considered as dynamic systems described by discrete transfer functions. The non-recursive structure of digital filters is achieved by appropriate transformations of the structure of recursive filters under the condition of forced elimination of the prediction calculation operation. The algorithms that implement the computational filtering procedure are difference equations, the coefficients of which correspond to the counts of the filter impulse response. The paper provides an example of the synthesis of a non-recursive filtering algorithm, the performance and efficiency of which are investigated by computer modeling.

Keywords: *digital filter; evaluation; measurement; unmanned aerial vehicle; accelerometer; navigation system; filtering algorithm, non-recursive filter.*