

**О. А. Нагорнюк**, канд. техн. наук  
Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова

<https://orcid.org/0000-0002-7680-7201>

## **МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ЗОН РАДІОПОДАВЛЕННЯ ПЕРЕДАВАЧІВ ПЕРЕШКОД ПРИЙМАЧАМ СИГНАЛІВ СУПУТНИКОВИХ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ**

*Постановка перешкод радіоприймачам апаратури споживачів супутникових радіонавігаційних систем засобів повітряного нападу є одним із ефективних способів боротьби з ними. Для зменшення впливу радіоперешкод у системах супутникової радіонавігації противник використовує малогабаритні адаптивні антенні решітки, побудовані за технологією Controlled Reception Pattern Antenna, кількість елементів у яких постійно збільшується. Подавлення приймальної апаратури, обладнаної перешкодостійкими антенними решітками, потребує одночасного застосування сукупності просторово рознесених засобів радіоелектронної боротьби. Планування розміщення таких засобів, а також формування вимог до них передбачає використання математичного та методичного забезпечення розрахунку характеристик і параметрів їх зон радіоподавлення. У статті розроблено математичний апарат моделювання процесу радіоподавлення навігаційних радіоприймачів, який ґрунтується на аналітичних виразах, що описують розповсюдження радіосигналів у вільному просторі та в атмосфері. Запропоновано дві методики розрахунку зон радіоподавлення засобів радіоелектронної боротьби із неспрямованими та спрямованими антенами, а також їх проєкцій на земну поверхню. В обчисленнях враховано технічні параметри радіонавігаційної апаратури, передавачів радіоперешкод, форми їх діаграм спрямованості, а також втрати на розповсюдження в атмосфері. У програмному середовищі MATLAB створено програмне забезпечення розрахунку і відображення зон радіоподавлення передавачів перешкод у просторі та на поверхні. Наведено три приклади обчислення зон дії засобів радіоподавлення із неспрямованою, слабоспрямованою та спрямованою антенами. Показано, що зони радіоподавлення засобів радіоелектронної боротьби на земній поверхні за певних умов можна із достатньою точністю апроксимувати кругом або його сектором.*

**Ключові слова:** методика; радіоподавлення; супутникова радіонавігація; зона радіоподавлення; передавач перешкод; засіб повітряного нападу.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** У системах навігації та наведення переважної більшості засобів повітряного нападу (ЗПН) використовується інформація з апаратури споживачів (АС) супутникових радіонавігаційних систем (СРНС), яка є основним джерелом навігаційної інформації або частиною більш складної навігаційної

системи, що може включати інші підсистеми забезпечення польоту ЗПН та його наведення на ціль (інерціальна навігаційна система, TERCOM (Terrain Contour Matching), DSMAC (Digital Scene Matching Area Correlation) тощо) [1]. Подавлення приймачів радіосигналів СРНС ЗПН призводить до відхилення ЗПН від запрограмованого маршруту польоту, унеможливлення виходу в заданий район для пошуку й захоплення цілі та підвищення ймовірності ураження ЗПН засобами протиповітряної оборони [2, 3]. Для зменшення впливу радіоперешкод в АС СРНС використовують перешкодостійкі малогабаритні адаптивні антенні решітки (МААР), побудовані за технологією CRPA (Controlled Reception Pattern Antenna), що здійснюють просторову режекцію радіоперешкод [4–6]. Ефективним способом протидії АС СРНС із МААР є одночасне використання сукупності просторово рознесених передавачів перешкод (ПП), кількість яких повинна бути не меншою ніж кількість антенних елементів МААР.

Планування застосування засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ) для прикриття визначених об'єктів з урахуванням заданої кратності перекриття зон їх дії, а також формування вимог до них потребують наявного математичного та методичного апаратів для визначення характеристик і параметрів зон радіодавлення (РП). Тому розроблення методик розрахунку зон РП ПП навігаційним приймачам є актуальним науково-практичним завданням.

За визначенням, зоною подавлення є ділянка простору (або її проєкція на земну поверхню), у межах якої технікою (засобами) РЕБ забезпечується подавлення цілей з ефективністю, не меншою від заданої [7]. У цій роботі для розділення понять тривимірної та двовимірної зон РП використовуємо такі назви: зона РП у просторі й зона РП на поверхні. Остання є проєкцією на земну поверхню зони РП у просторі для заданої висоти польоту безпілотної літальної апарата (БПЛА).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У [8] на основі останніх рецензованих досліджень проведено комплексний аналіз захищеності навігаційних систем БПЛА для виявлення та усунення прогалин у сучасних дослідженнях. У ньому, зокрема, розглядається перешкодостійкість АС СРНС БПЛА, потенційні рішення щодо її підвищення та перспективні напрямки подальших досліджень.

Аналіз відомих способів РП та спуфінгу АС СРНС проведено у [9], оцінено їх ефективність з урахуванням можливих способів розміщення ПП, визначено тенденції подальшого розвитку технологій подавлення супутникової навігації.

У статті [10] досліджено похибки визначення координат навігаційним приймачем в умовах РП. Наведено результати експериментальних досліджень та їх порівняння з теоретичними розрахунками.

В [11] отримано математичні вирази для визначення ступеня впливу таких різних видів радіоперешкод на роботу приймача GPS (Global Positioning System): безперервне коливання; вузькосмугова; широкосмугова; узгоджена за спектром; імпульсна. Визначено середній час до втрати синхронізації в разі впливу вказаних радіоперешкод на GPS-приймач. Аналітичні вирази перевірені за допомогою комп'ютерного моделювання.

Можливості засобів РЕБ щодо РП телекомунікаційних систем різними видами радіоперешкод розглянуто у [12]. Наведено формули для оцінювання впливу перешкод на приймач радіоканалу, що ґрунтуються на аналізі втрат під час розповсюдження

радіохвиль у вільному просторі. Із технічних параметрів ПП і радіоканалу враховано лише їх ефективну випромінювану потужність.

У [13] запропоновано математичні вирази для розрахунку дальності РП навігаційних приймачів, що ґрунтуються на рівнянні передачі Фріїса. Запропоновано два підходи до тестування приймачів сигналів СРНС та проведено експериментальні дослідження ефективності РП різними видами радіоперешкод.

Отже, у наявних публікаціях переважно розглянуто вплив різних видів радіоперешкод на ефективність РП АС СРНС, наведено математичні вирази обчислення дальності дії ПП, що мають низку обмежень та допущень. Для визначення дальності РП не враховано характеристик діаграми спрямованості (ДС) антени, її поляризації та висоту розміщення, а також поглинання радіохвиль в атмосфері. Відсутні математичний та методичний апарати для визначення зон РП ПП приймачам АС СРНС.

**Формулювання завдання дослідження.** Метою статті є розроблення методик розрахунку зон РП ПП приймачам АС СРНС.

**Виклад основного матеріалу.** На рис. 1 схематично зображено положення ПП, ЗПН та навігаційних супутників у топоцентричній системі координат [14], із центром у точці розміщення ПП ( $x_j = 0, y_j = 0, z_j = 0$ ).

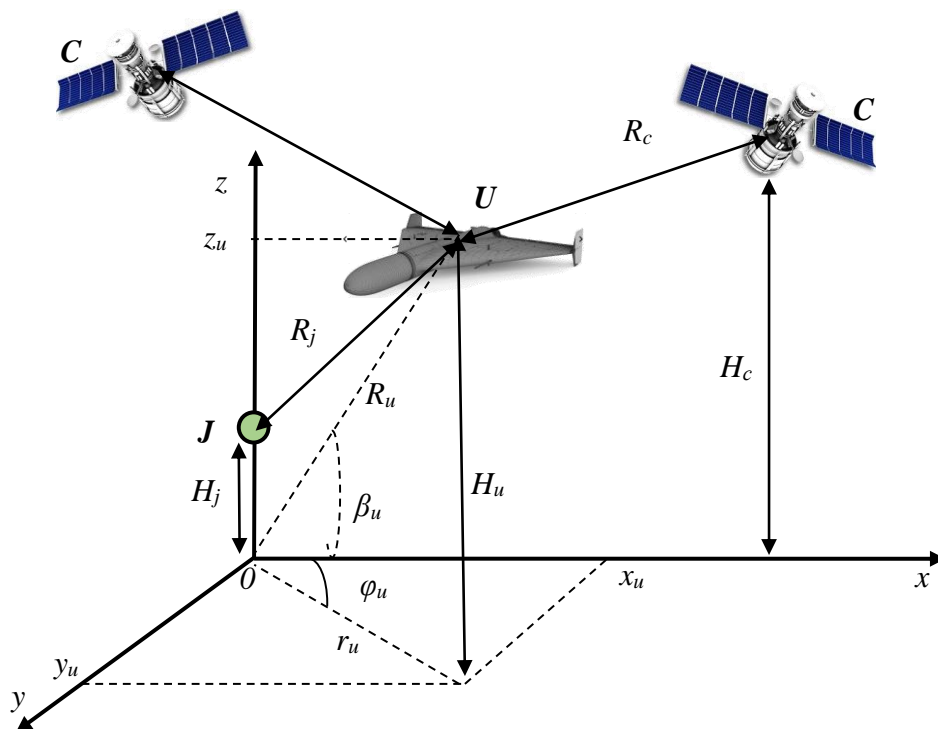


Рис. 1. Графічне зображення просторового положення ПП, ЗПН та навігаційних супутників

На рис. 1 прийнято такі позначення:  $J$  – ПП;  $U$  – ЗПН;  $C$  – супутник навігаційний;  $H_j$  – висота підняття антени ПП;  $H_u$  – висота польоту ЗПН;  $H_c$  – висота орбіти супутника;  $x_u, y_u, z_u$  – координати ЗПН у декартовій системі координат;  $\varphi_u, \beta_u, R_u$  – координати ЗПН у сферичній системі координат;  $\varphi_u, r_u$  – координати проєкції місцеположення ЗПН

на земну поверхню (площину  $xu$ ) у полярній системі координат;  $R_j, R_c$  – похилі дальності від антени АС СРНС ЗПН до антен ПП та супутника.

Потужність радіосигналу  $P_{uc}$  та радіоперешкоди  $P_{uj}$  на вході навігаційного приймача ЗПН можна розрахувати за аналітичними виразами, що враховують втрати на розповсюдження у вільному просторі та затухання в атмосфері [15, 16]:

$$P_{uc} = \sqrt{\frac{P_c G_{cu} G_{uc} \gamma_c \lambda^2 L_c}{(4\pi)^2 R_c^2 B_c}}, \quad P_{uj} = \sqrt{\frac{P_j G_{ju} G_{uj} \gamma_j \lambda^2 L_j}{(4\pi)^2 R_j^2 B_j}}, \quad (1)$$

де  $P_j, P_c$  – потужності передавачів ПП та навігаційного супутника;

$B_j, B_c$  – ширина амплітудно-частотного спектра радіоперешкоди та радіосигналу;

$G_{ju}$  – коефіцієнт підсилення (КП) антени ПП у напрямку ЗПН;

$G_{uj}$  – КП антени ЗПН в напрямку ПП;

$G_{cu}$  – КП антени супутника в напрямку ЗПН;

$G_{uc}$  – КП навігаційної антени ЗПН у напрямку супутника;

$\gamma_j, \gamma_c$  – коефіцієнти, що враховують втрати в разі незбігу поляризацій антен ПП та супутника із поляризацією навігаційної антени АС СРНС ЗПН [14];

$\lambda$  – довжина радіохвилі, що відповідає робочому діапазону частот СРНС;

$L_j, L_c$  – коефіцієнти, що враховують втрати радіосигналу в ході його поширення в атмосфері.

Умовою РП приймача АС СРНС є створення на його вході радіоперешкоди із потужністю, що перевищує потужність навігаційного радіосигналу в  $K_p$  разів ( $P_{uj} \geq K_p P_{uc}$ ), де  $K_p$  – коефіцієнт подавлення [17].

Врахувавши  $K_p$ , із (1) можна отримати рівняння, що описує межу зони РП ПП:

$$R_j^2 = K_a R_c^2; \quad K_a = \frac{P_j G_{ju} G_{uj} \gamma_j B_c L_j}{P_c G_{cu} G_{uc} \gamma_c B_j L_c K_p}, \quad (2)$$

де  $K_a$  – коефіцієнт, що враховує технічні параметри приймально-передавальної апаратури ПП, ЗПН та навігаційного супутника.

Отримаємо розв’язки рівняння (2) для розрахунку зон РП ПП із неспрямованою та спрямованою антенами.

*Вихідні дані для ПП із неспрямованою антеною*

Для цього випадку прийнято таке припущення. Коефіцієнти  $G_{ju}, G_{cu}$  є постійними та дорівнюють КП антен ПП та навігаційного супутника. Воно також є справедливим під час розрахунку зон РП ПП, антени яких мають ДС купольного типу (ширина ДС –  $360^\circ$  за азимутом,  $180^\circ$  за кутом місця). У такому разі можна прийняти  $G_{ju} = G_j$ , де  $G_j$  – КП антени ПП, та  $G_{cu} = G_c$ , де  $G_c$  – КП антени навігаційного супутника. Коефіцієнти  $G_{uc}$  та  $G_{uj}$  є постійними та відповідають КП антени АС СРНС у верхній та нижній півсферах. Відповідно, коефіцієнт  $K_a$  (2) також є постійною величиною:

$$K_{a0} = \frac{P_j G_j G_{uj} \gamma_j B_c L_j}{P_c G_c G_{uc} \gamma_c B_j L_c K_p}. \quad (3)$$

*Вихідні дані для ПП зі спрямованою антеною*

Для цього випадку прийнято таке припущення: коефіцієнти  $G_{uc}$  та  $G_{uj}$  є постійними та відповідають КП антени АС СРНС у верхній та нижній півсферах. Коефіцієнт  $G_{cu}$  є постійним та дорівнює КП антени навігаційного супутника:  $G_{cu} = G_c$ . Коефіцієнт  $G_{ju}$  залежить від азимута та кута місця:  $G_{ju} = G_j F(\varphi_u, \beta_u)$ , де  $F(\varphi_u, \beta_u)$  – ДС антени ПП. Тоді коефіцієнт  $K_a$  має залежність від кутів  $\varphi_u$  та  $\beta_u$ :

$$K_{as}(\varphi_u, \beta_u) = \frac{P_j G_j G_{uj} \gamma_j B_c L_j F(\varphi_u, \beta_u)}{P_c G_c G_{uc} \gamma_c B_j L_c K_p} = K_{a0} F(\varphi_u, \beta_u). \quad (4)$$

Для розрахунку  $K_{as}(\varphi_u, \beta_u)$  використовують значення ДС реальних антен або їх апроксимації. Близькі до реальних значень  $F(\varphi_u, \beta_u)$  можна отримати шляхом моделювання антени в спеціалізованих програмних середовищах (CST Studio Suite, Altair Feko тощо) або вимірювань [18, 19].

Одним із розповсюджених методів апроксимування ДС є функція Гауса [20]:

$$F(\varphi_u, \beta_u) = \exp\left(-\frac{2,772}{\varphi_{0,5}^2}(\varphi_u - \varphi_m) - \frac{2,772}{\beta_{0,5}^2}(\beta_u - \beta_m)\right), \quad (5)$$

де  $\varphi_m, \beta_m$  – напрямок головного максимуму ДС;

$\varphi_{0,5}, \beta_{0,5}$  – ширина ДС за рівнем половинної потужності.

Апроксимування ДС функцією Гауса є простим для обчислень, легко масштабується під будь-яку ширину ДС та відтворює гладку ДС без бічних пелюсток.

КП антени для відомої ширини ДС можна наближено розрахувати як [21]

$$G_j \approx \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\left(\frac{\pi}{180}\right)^2 \varphi_{0,5}^0 \beta_{0,5}^0} = \frac{41253}{\varphi_{0,5}^0 \beta_{0,5}^0}, \quad (6)$$

де  $\varphi_{0,5}^0, \beta_{0,5}^0$  – ширина ДС за рівнем половинної потужності в градусах;

$\Omega_A$  – тілесний кут головної пелюстки ДС.

Для планарних антен більш точним для оцінювання КП є вираз [21]

$$G_j \approx \frac{32400}{\varphi_{0,5}^0 \beta_{0,5}^0}. \quad (7)$$

*Розв'язок рівняння РП для ПП із неспрямованою антеною*

Застосуємо відомі формули для розрахунку відстані між двома точками в декартовій системі координат [22] та запишемо похилі дальності як  $R_j^2 = x_u^2 + y_u^2 + (z_u - H_j)^2$  і  $R_c^2 \approx H_c^2$  ( $H_c \gg z_u$ ). Підставимо  $R_j^2$  та  $R_c^2$  у (2) та отримаємо таке рівняння сфери:

$$x_u^2 + y_u^2 + (z_u - H_j)^2 = R_{s0}^2, \quad (8)$$

де

$$R_{s0} = \sqrt{K_{a0}} H_c. \quad (9)$$

Аналіз виразів (8)–(9) дозволяє зробити висновок, що межа зони РП у просторі являє собою сферу з радіусом  $R_{s0}$  та центром у точці:  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;  $z_0 = H_j$ .

Межа зони РП на поверхні є колом із радіусом  $r_s$ , який із (8) можна обчислити як

$$r_s = \sqrt{K_{a0}H_c^2 - (H_u - H_j)^2}. \quad (10)$$

З (10) видно, що радіус зони РП на поверхні залежить від висоти польоту ЗПН: з її збільшенням – зменшується.

*Розв’язок рівняння РП для ПП зі спрямованою антеною*

Отримаємо рівняння (8) у сферичній системі координат, які пов’язані з координатами в декартовій системі виразами:

$$x_u = R_u \cos \beta_u \cos \varphi_u; \quad y_u = R_u \cos \beta_u \sin \varphi_u; \quad z_u = R_u \sin \beta_u. \quad (11)$$

Підставивши вираз (11) у (8), отримаємо рівняння сфери, що описує межу зони РП у просторі у сферичній системі координат:

$$R_u^2 - 2H_j \sin \beta_u R_u + H_j^2 - R_s^2(\varphi_u, \beta_u) = 0, \quad (12)$$

де  $R_s(\varphi_u, \beta_u)$  – радіуси сфер, що обчислюються за (9) шляхом заміни  $K_{a0}$  на  $K_{as}(\varphi_u, \beta_u)$ .

Вираз (12) являє собою зведене квадратне рівняння із коефіцієнтами [23]:

$$p(\beta_u) = 2H_j \sin \beta_u; \quad q(\varphi_u, \beta_u) = H_j^2 - R_s^2(\varphi_u, \beta_u). \quad (13)$$

Щоб обчислити значення  $R_s(\varphi_u, \beta_u)$  для заданих кутів  $\varphi_u, \beta_u$ , потрібно розв’язати рівняння (12) за відомими виразами [23]:

$$D(\varphi_u, \beta_u) = p^2(\beta_u) - 4q(\varphi_u, \beta_u); \quad R_{u1,2}(\varphi_u, \beta_u) = \frac{-p(\beta_u) \pm \sqrt{D(\varphi_u, \beta_u)}}{2}, \quad (14)$$

де  $D(\varphi_u, \beta_u)$  – дискримінант зведеного квадратного рівняння.

Результати  $R_{u1,2}(\varphi_u, \beta_u)$ , отримані за формулою (14), беруться зі значеннями більше нуля, оскільки радіус не може бути від’ємним.

Із (12)–(14) видно, що межа зони РП у просторі ПП зі спрямованою антеною являтиме собою тривимірну фігуру, сформовану точками з поверхонь сфер (12), обчислених для кутів у діапазонах  $\varphi_u = [-\pi \ \pi]$ ,  $\beta_u = [-\pi/2 \ \pi/2]$ , з урахуванням значень нормованої ДС. Розрахунок зони РП у просторі буде здійснюватися за виразами (9), (13) та (14) для різних кутів  $\varphi_u$  та  $\beta_u$ . У (9) замість коефіцієнта  $K_{a0}$  використовуємо  $K_{as}(\varphi_u, \beta_u)$ .

Зона РП на поверхні ПП зі спрямованою антеною розраховується як проєкція на земну поверхню його зони РП у просторі, отримана для заданої висоти польоту ЗПН.

Обчислення зони РП можна спростити, якщо в припущеннях прийняти  $H_j = 0$ . Тоді із (12) отримаємо

$$R_u(\varphi_u, \beta_u) = H_c \sqrt{K_{a0}} \sqrt{F(\varphi_u, \beta_u)} = R_{s0} \sqrt{F(\varphi_u, \beta_u)}. \quad (15)$$

Із (15) видно, що форма зони РП визначається як корінь квадратний із ДС антени ПП.

Відповідно до отриманого вище математичного апарату розроблено дві методики розрахунку зон РП ПП приймачам сигналів СРНС із неспрямованою та спрямованою антенами.

*Методика розрахунку зон РП ПП із неспрямованою антеною*

Вихідними даними для розрахунку є параметри навігаційного супутника ( $P_c, G_c, B_c, \gamma_c, H_c$ ), ПП ( $P_j, G_j, B_j, \gamma_j, H_j, K_p$ ), ЗПН ( $G_{uj}, G_{uc}$ ) та втрати в атмосфері ( $L_c, L_j$ ).

Методика розрахунку включає п'ять етапів.

1. Розрахунок коефіцієнта  $K_{a0}$  за формулою (3).
2. Розрахунок координат центра сфери ( $x_0 = 0; y_0 = 0; z_0 = H_j$ ), що описує межу зони РП у просторі, та її радіуса  $R_{s0}$  за формулою (9).
3. Розрахунок радіуса кола  $r_s$ , що формує межу зони РП на поверхні для заданої висоти польоту ЗПН, за формулою (10).
4. Розрахунок масивів координат точок сфери, що формує зону РП у просторі:

$$y_u[i, j] = \pm \sqrt{R_{s0}^2 - x_u^2[i] - (z_u[j] - z_0)^2};$$

$$x_u[i] \in [-R_{s0} \quad R_{s0}]; z_u[j] \in [z_0 - R_{s0} \quad z_0 + R_{s0}].$$
(16)

5. Розрахунок масивів координат точок кола, що формує зону РП на поверхні:

$$y_u[i] = \sqrt{r_s^2 - x_u^2[i]}; x_u[i] \in [-r_s \quad r_s].$$
(17)

*Методика розрахунку зон РП ПП зі спрямованою антеною*

Блок-схему методики, що відображає етапи розрахунку зони РП у просторі ПП зі спрямованою антеною, зображено на рис. 2.

Вихідними даними для розрахунку є параметри навігаційного супутника ( $P_c, G_c, B_c, \gamma_c, H_c$ ), ПП ( $P_j, G_j, F(\varphi_u, \beta_u), \varphi_{0,5}, \beta_{0,5}, \varphi_m, \beta_m, B_j, \gamma_j, H_j, K_p$ ), ЗПН ( $G_{uj}, G_{uc}$ ) та втрати в атмосфері ( $L_c, L_j$ ) (блок 1).

Методика складається із п'яти етапів.

1. Розрахунок постійного коефіцієнта  $K_{a0}$  за формулою (3) (блок 2).
2. Формування двох циклів для зміни значень азимута та кута місця із заданими кроками  $\Delta\varphi$  і  $\Delta\beta$  (блоки 3–4).
3. Розрахунок радіуса сфери  $R_s(\varphi_u, \beta_u)$ , що формує межу зони РП у просторі, за виразами (9) та (4) (блок 5).
4. Обчислення дальності РП за виразами (13) та (14). Якщо вона додатна, то відбувається внесення до масиву  $R_u(\varphi_u, \beta_u)$  (блок 6).
5. Розрахунок межі зони РП у просторі в декартовій системі координат  $x_u(\varphi_u, \beta_u), y_u(\varphi_u, \beta_u), z_u(\varphi_u, \beta_u)$  за виразами (11) (блок 7). Зона РП буде знаходитися в межах тривимірної фігури, що описується  $x_u(\varphi_u, \beta_u), y_u(\varphi_u, \beta_u), z_u(\varphi_u, \beta_u), (R_u(\varphi_u, \beta_u))$  у сферичній системі координат).

Якщо  $H_j = 0$ , то методика розрахунку значно спрощується: циклічні розрахунки в етапах 2–4 замінюються розрахунками за формулою (15).

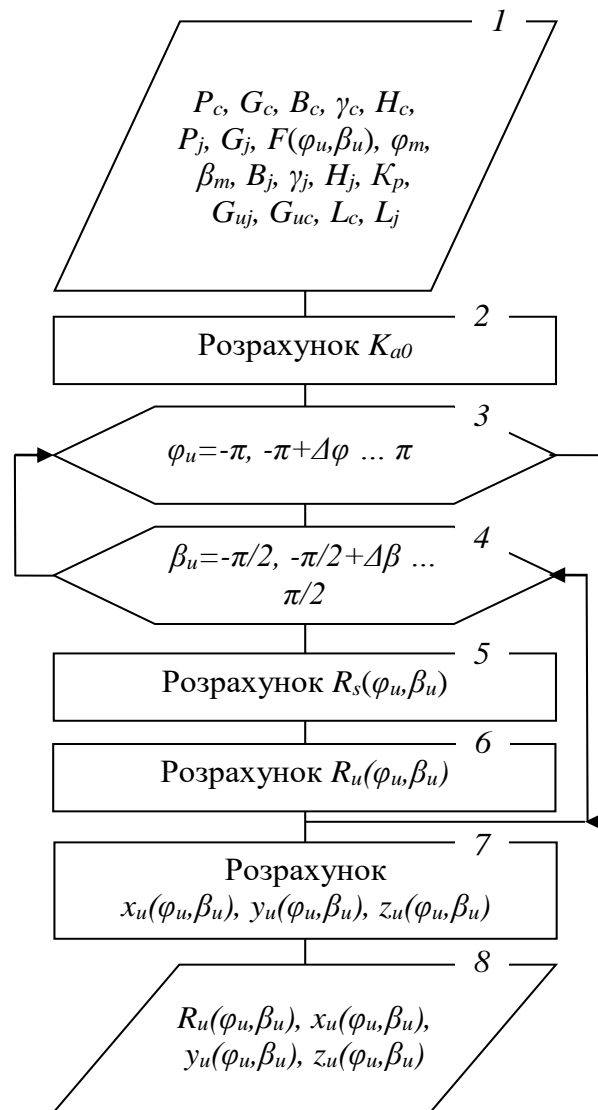


Рис. 2. Блок-схема методики розрахунку зон РП ІІІ зі спрямованою антеною

*Практичне використання методик розрахунку зон РП*

На основі запропонованого математичного та методичного апаратів у програмному середовищі MATLAB розроблено спеціальне програмне забезпечення, яке дозволяє проводити автоматизовані розрахунки зон РП ІІІ приймачам сигналів СРНС.

Розглянемо два приклади визначення зон РП ІІІ приймачам сигналів СРНС.

Розрахунки проведено для РП приймачів АС СРНС “NAVSTAR” за таких вхідних даних [24]:  $H_c = 20180$  км;  $P_c = 30$  Вт;  $G_c = 13$  дБі;  $B_c = 2$  МГц;  $G_{uc} = 4$  дБ;  $\gamma_c = 0$  дБ;  $L_j = L_c = 0$  дБ;  $K_p = 40$  дБ.

*Розрахунок зон РП ІІІ із неспрямованою антеною*

Вхідні дані:  $P_j = 25$  Вт;  $B_j = 2$  МГц;  $G_j = 1$  дБі;  $G_{uj} = -3$  дБі;  $\gamma_j = -3$  дБ;  $H_j = 50$  м.

У результаті обчислень із використанням запропонованої методики отримано радіус зони РП у просторі  $R_c = 14,6$  км.

Графічне зображення зони РП у просторі наведено на рис. 3, а її проєкції на земну поверхню для різних висот  $H_u$  (зони РП на поверхні) – на рис. 4.

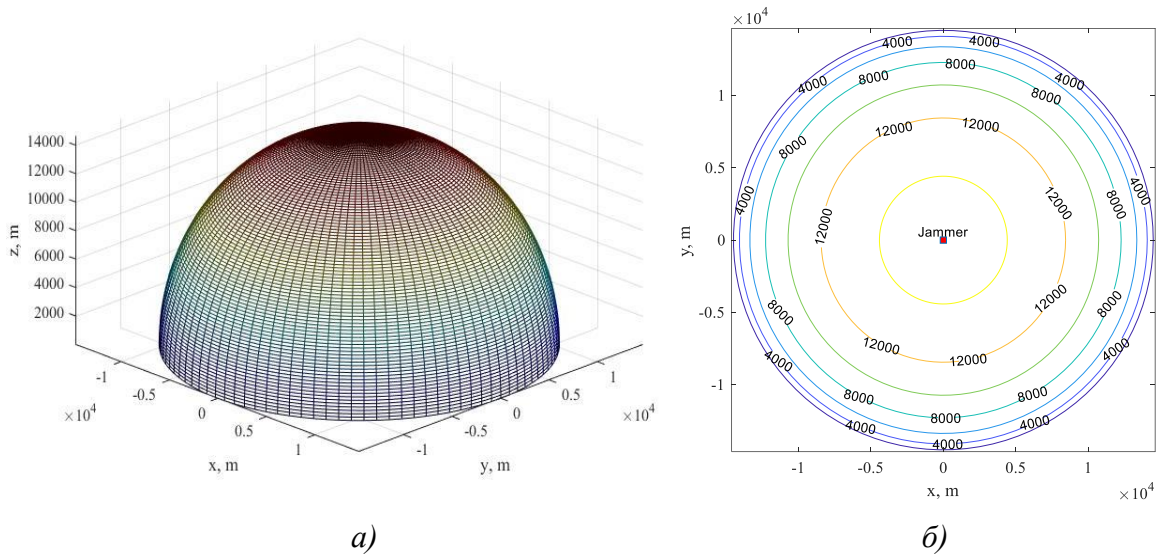


Рис. 3. Зони РП ПП із неспрямованою антеною:  
 а) у просторі; б) на поверхні залежно від висоти ЗПН

Із рис. 3 видно, що межа зони РП у просторі формується сферою із радіусом  $R_s = 14,6$  км, а на поверхні – колом, радіус якого залежить від висоти польоту ЗПН.

Розрахунок зон РП ПП зі спрямованою антеною

Вхідні дані:  $P_j = 40$  Вт;  $B_j = 2$  МГц;  $\varphi_{0,5} = 60^\circ$ ;  $\beta_{0,5} = 30^\circ$ ;  $\varphi_m = 0$ ,  $\beta_m = 15^\circ$ ,  $G_{uj} = -3$  дБі;  $\gamma_j = -3$  дБ;  $H_j = 50$  м.

Коефіцієнт підсилення антени, обчислений за формулою (7), дорівнює  $G_j = 12,5$  дБі.

Розрахунок зони РП здійснюватимемо із кроками  $\Delta\varphi = \Delta\beta = 1^\circ$ .

У результаті розрахунків, проведених за методикою (рис. 2), отримано зону РП у просторі, графічне зображення якої наведено на рис. 4, а її проєкцій на земну поверхню для різних висот  $H_u$  (зони РП на поверхні) – на рис. 5.

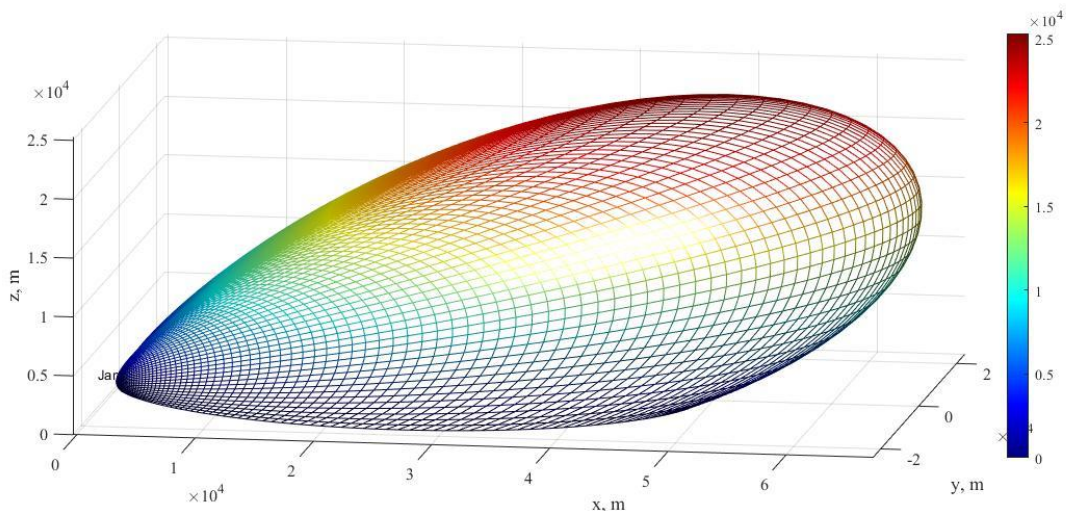


Рис. 4. Зона РП у просторі ПП зі спрямованою антеною

Із рис. 4–5 випливає, що форма зони РП залежить від форми ДС засобу РЕБ та напрямку її головного максимуму. Дальність РП залежить від азимута на ЗПН та висоти його польоту. Для проведених розрахунків максимальна ортодромічна дальність РП

засобу РЕБ для висоти польоту ЗПН 500 м становить  $D_j^{max} \approx 50,4$  км. Зі збільшенням висоти дальність РП зменшується, а межа зони РП на поверхні віддаляється від місця розташування ПП. Величина зміщення межі зони РП зростає зі збільшенням напрямку головної пелюстки ДС за кутом місця.

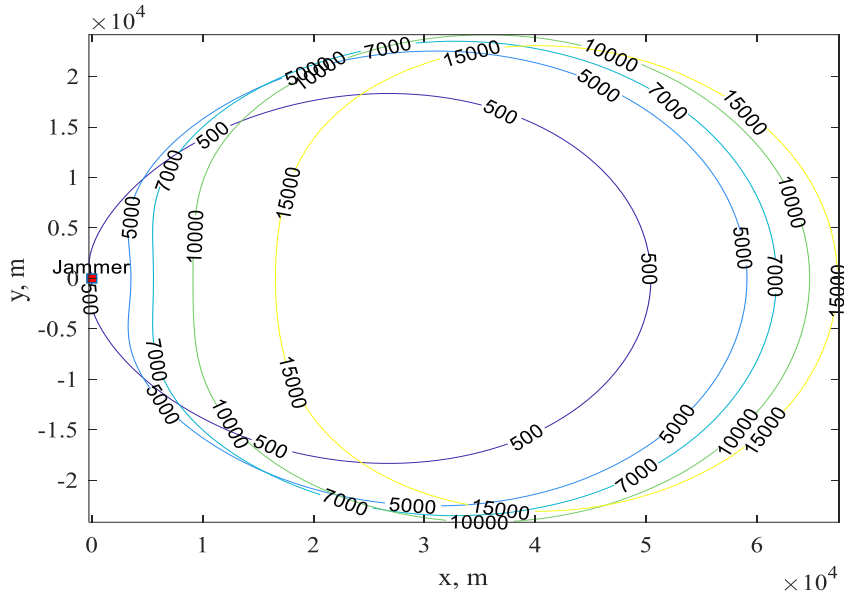


Рис. 5. Зони РП на поверхні ПП зі спрямованою антеною залежно від висоти ЗПН

Для невеликих значень висот польоту ЗПН під час попередніх розрахунків зону РП засобу РЕБ зі спрямованою антеною можна подати у вигляді сектора круга шириною  $\varphi_{0,5}^0$  та центром у місці розміщення ПП, як показано на рис. 6. Радіус сектора є пропорційним максимальній дальності РП, а коефіцієнт пропорційності залежить від ширини ДС та напрямку головної пелюстки.

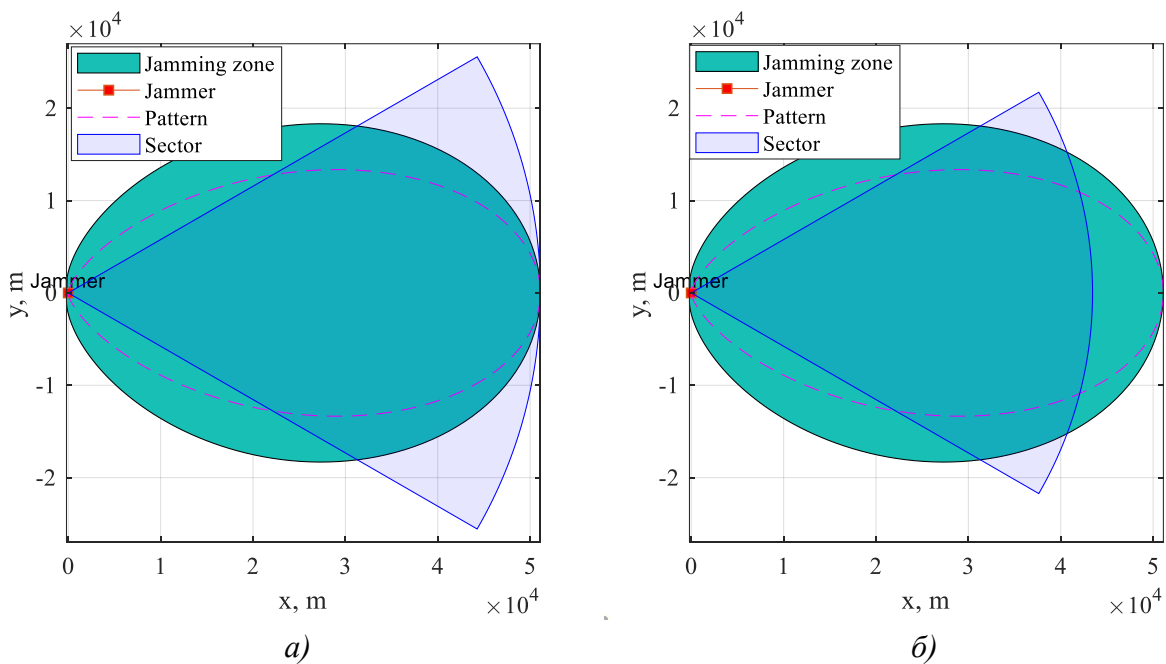


Рис. 6. Зона РП на поверхні, ДС та сектор круга шириною  $\varphi_{0,5}^0$  та радіусом: а)  $D_j^{max}$ ; б)  $0,85D_j^{max}$

Для висот польоту ЗПН, за яких зона РП на поверхні зміщується відносно ПП у напрямку головного максимуму його ДС та стає більш опуклою, апроксимація сектором круга буде неправильною. У таких випадках у практичних розрахунках зон дії засобів РЕБ потрібно використовувати проєкції зони РП у просторі на земну поверхню, розраховані для заданої ймовірної максимальної висоти польоту ЗПН.

Розрахунок зони РП ПП із неспрямованою антеною, проведений вище, показав, що вона має форму сфери, обмеженої знизу земною поверхнею. Однак на практиці в багатьох засобах РЕБ використовують слабоспрямовані антени на основі напівхвильових вібраторів із ДС у вигляді тороїда, що описується таким математичним виразом [21]:

$$F(\varphi_u, \beta_u) = \left( \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\beta_u)\right)}{\sin(\beta_u)} \right)^2 \tag{18}$$

Зону РП ПП із антеною у вигляді напівхвильового вібратора, розраховану за виразом (15), зображено на рис. 7, а їх проєкції на земну поверхню – на рис. 8.

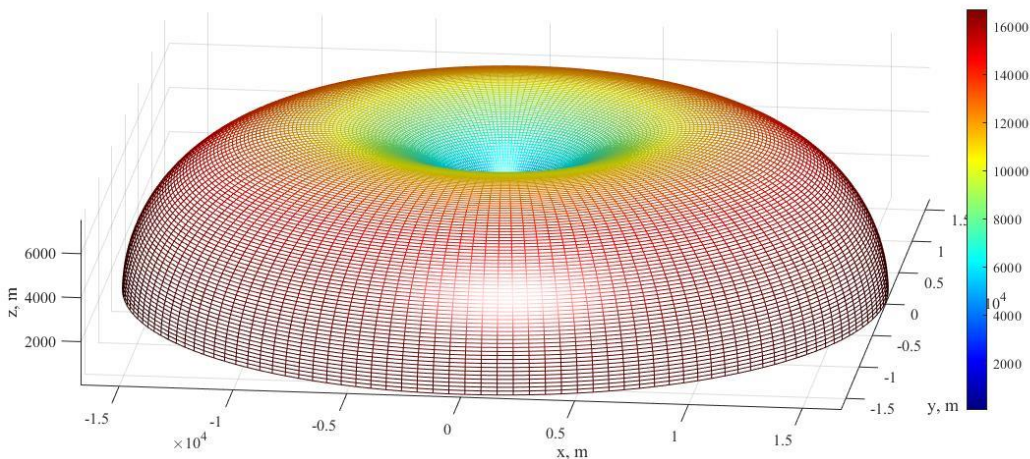


Рис. 7. Зона РП у просторі ПП із антеною у вигляді напівхвильового вібратора

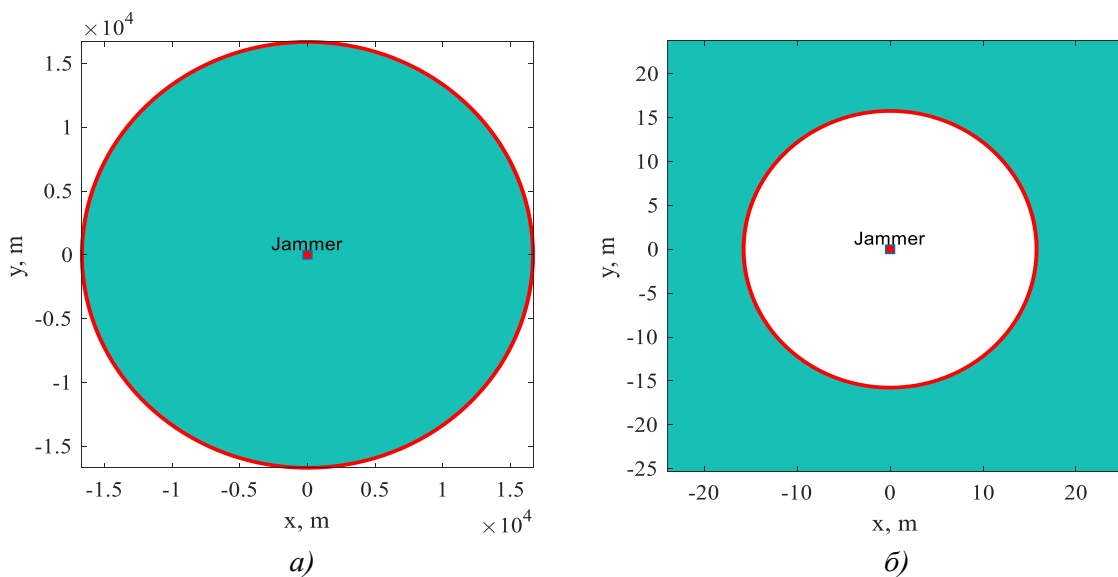


Рис. 8. Зони РП на поверхні ПП із антеною у вигляді напівхвильового вібратора для  $H_u = 500$  м

Проекція на рис. 8б збільшена в масштабі для кращого відображення центральної її частини. Обчислення проведені для вхідних даних, що використовувалися в розрахунках для ПП із неспрямованою антеною.

Із рис. 7–8 видно, що зона РП на поверхні ПП із ДС у вигляді тороїда є кільцем із зовнішнім радіусом  $r_s$  та внутрішнім  $r_{s0}$ . Всередині внутрішнього круга РП відсутнє (зона неподавлення). Зі збільшенням висоти польоту ЗПН радіус зони неподавлення  $r_{s0}$  зростає, що потрібно враховувати в разі застосування ПП із такою антеною.

Радіус зони неподавлення ПП із напівхвильовим вібратором можна розрахувати за такими рівняннями:

$$\frac{\cos(\beta_H)\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\beta_H)\right)}{\sin(\beta_H)} = \frac{H_u}{R_s}; \quad r_{s0} = R_s \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\beta_H)\right), \quad (19)$$

де  $\beta_H \in [-\pi/2 \ \pi/2]$  – кут місця, що відповідає висоті ЗПН  $H_u$ , для якої визначається зона РП на поверхні.

Графіки залежностей  $r_{s0}$  від  $H_u$  для різної максимальної дальності РП, отримані шляхом ітераційного розв’язання рівнянь (19), зображено на рис. 9.

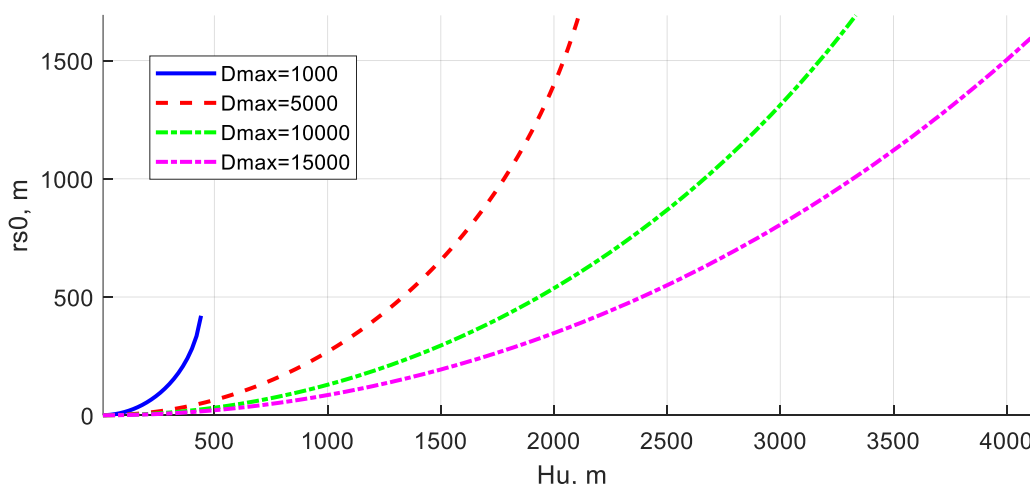


Рис. 9. Графіки залежностей  $r_{s0}$  від  $H_u$  та  $D_j^{max}$

Із рис. 9 видно, чим більша дальність РП ПП із тороїдною ДС, тим менший радіус зони неподавлення  $r_{s0}$ , що обчислюється для заданого значення висоти польоту ЗПН. Слід зазначити, що на малих висотах у багатьох практичних випадках зоною неподавлення навколо ПП можна знехтувати, оскільки ймовірність проходження крізь неї ЗПН дорівнюватиме [25]

$$P_{nj} = \frac{\pi r_{s0}^2}{\pi r_s^2} = \left(\frac{r_{s0}}{r_s}\right)^2. \quad (20)$$

Для прикладу, наведеного на рис. 8, ймовірність проходження ЗПН крізь зону неподавлення дорівнює  $P_{nj} = 8,8 \cdot 10^{-7}$ . Крім того, час знаходження ЗПН у такій зоні буде недостатнім для відновлення роботи навігаційного приймача [26].

**Висновки.** Запропоновані математичний та методичний апарати дозволяють розраховувати зони РП ПП приймачам АС СРНС, враховують основні технічні параметри апаратури СРНС і ПП, ДС антени ПП, а також її поляризацію та висоту розміщення.

Зона РП ПП із неспрямованою антеною в просторі обмежується сферою. У разі використання в засобі РЕБ спрямованої антени форма зони РП визначається характеристиками ДС: формою та напрямком головного максимуму.

Для ПП зі неспрямованою антеною та напівхвильовим вібратором (за певних обмежень) зона РП на поверхні є кругом із центром у місці розташування ПП. Зону РП ПП зі спрямованою антеною на поверхні можна наближено апроксимувати сектором круга, радіус, кут розкриття та початкові координати якого залежать від форми ДС, напрямку головної пелюстки антени та висоти польоту ЗПН.

Подальші дослідження в цьому напрямі доцільно спрямувати на розроблення методики розміщення засобів РЕБ на місцевості для забезпечення одночасної дії визначеної кількості ПП на АС СРНС.

### **СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ**

1. Адаменко А., Порохончук О. Перспективи застосування бортових засобів радіоелектронної боротьби для захисту військової техніки протиповітряної оборони від сучасних повітряних засобів ураження противника // Системи озброєння і військова техніка. 2025. № 2 (82). С. 42–49. <https://doi.org/10.30748/soivt.2025.82.06>
2. Шолохов С., Самборський І., Вакуленко О., Ніколаєнко Б. Завадозахист радіоелектронних засобів. Ч. 1. Основи завадозахисту систем зв'язку. Київ : КПІ. 2021. 210 с.
3. Бибик Р., Опірський І. Електромагнітні загрози в сучасних конфліктах: аналіз характеристик джерел РЕБ та їх вплив на ефективність систем засобів ураження // Кібербезпека: освіта, наука, техніка. 2025. № 3 (27). С. 193–204. <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.27.748>
4. Лось А., Жирна О. Результати експерименту використання навігаційних антен з контрольованою діаграмою спрямованості на БПЛА в зонах активного подавлення засобами радіоелектронної боротьби // Зб. наук. праць ДНДІ ВС ОВТ. 2024. № 1 (19). С. 73–80. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.19.2024.09>
5. Панченко І., Бондаренко Д., Липський О., Стефанишин Я. Аналіз підходу до захисту від завад супутникових навігаційних приймачів БПЛА // Системи і технології зв'язку, інформатизації та кібербезпеки. Київ : ВІТІ, 2024. № 5. С. 108–118. <https://doi.org/10.58254/viti.5.2024.10.108>
6. Givhan C., Martin S. Comparison of CRPA Direction of Arrival Methods on Post Correlated GNSS Signals for Solution Authentication and Spoofing Detection // Proceedings of the International Technical Meeting of The Institute of Navigation. California, 2023. P. 303–314. <https://doi.org/10.33012/2023.18625>
7. ВСТ 602.001:2024(01) Електромагнітна та кіберборотьба. Радіоелектронна боротьба. Терміни та визначення / Управління стандартизації, кодифікації та каталогізації. Київ, 2024. 49 с.

8. Meheretu S., Nigussie E., Gebremeskel G., Hailesilassie S. A Systematic Literature Review on Spoofing and Jamming Approaches in Unmanned Aerial Vehicles Navigation // *Aerosp. Technol. Manag.* 2025. № 17. P. 1–21. <https://doi.org/10.1590/jatm.v17.1396>
9. Overview of Jamming Technology for Satellite Navigation / X. Li, L. Chen, Z. Lu, F. Wang, W. Liu // *Machines.* 2023. Vol. 11. № 7. P. 1–29. <https://doi.org/10.3390/machines11070768>
10. Lubbers B. GNSS Accuracy Under White Gaussian Noise Jamming // *Eng. Proc.* 2025. № 88. P. 1–9. <https://doi.org/10.3390/engproc2025088026>
11. Shaheen E., Elgamel S. Mathematical Analyses of the GPS Receiver Interference Tolerance and Mean Time to Loss Lock // *Defence Technology.* 2019. № 15. P. 440–449. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.02.001>
12. Adamy D. *Tactical Battlefield Communications Electronic Warfare.* 2009. 348 p.
13. Morong T., Puricer P., Kovár P. Study of the GNSS Jamming in Real Environment // *Intl. Journal of Electronics and Telecommunications.* 2019. Vol. 65, № 1. P. 65–70. <https://doi.org/10.24425/ijet.2019.126284>
14. Конін В., Харченко В. Системи супутникової радіонавігації. Київ : Холтех, 2010. 520 с.
15. Saakian A. *Radio Wave Propagation Fundamentals.* 2<sup>nd</sup> ed. Artech, 2021. 418 p.
16. Saunders S., Zavala A. *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems.* 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons, 2007. 553 p.
17. Нагорнюк О. Дослідження впливу періодичної ковзної за частотою радіоперешкоди на радіоканал LoRa // *Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування.* 2024. № 98. С. 30–37. <https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.98.30-37>
18. Пантелят М., Мясоєдов П. Електромагнітна сумісність технічних об’єктів і систем: попередній огляд деяких програмних засобів для комп’ютерного моделювання // *Вісник НТУ “ХПІ”. Серія: Проблеми удосконалювання електричних машин і апаратів. Теорія і практика.* 2025. № 1 (13). С. 21–25. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2025.1.05>
19. Breinbjerg O., Castañer M., Gregson S., Eibert T. Antenna Measurement Challenges and Opportunities // *Reviews of Electromagnetics.* 2023. P. 1–49. <https://doi.org/10.53792/RoE/2023/23003>
20. Schott P., Lemaître F., Pascal O. Use of Gaussian Beams to Compute Antenna Pattern // *Ann. Telecommun.* 2002. Vol. 57. P. 75–797. <https://doi.org/10.1007/BF02995518>
21. Balanis C. *Antenna Theory Analysis and Design.* 4<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons. New Jersey, 2016. 1072 p.
22. Vince J. *Foundation Mathematics for Computer Science. A Visual Approach.* 4<sup>th</sup> ed. Springer Nature Switzerland AG, 2024. 638 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-66549-3>
23. Croft A., Davison R. *Mathematics for Engineers.* 5<sup>th</sup> ed. Pearson Education Limited, 2019. 1259 p.
24. Betz W. *Navstar Global Positioning System. Engineering Satellite-Based Navigation and Timing: Global Navigation Satellite Systems, Signals, and Receivers* // *IEEE.* 2016. P. 163–200. <https://doi.org/10.1002/9781119141167.ch7>
25. Bertsekas D., Tsitsiklis J. *Introduction to Probability.* Massachusetts Institute of Technology, 2000. 284 p.

26. Костріков О., Світенко М., Семироз А., Стригун В. Аналіз можливості застосування апаратури споживачів ГНСС для оцінювання параметрів траєкторії руху об'єктів на випробуваннях // Зб. наук. праць ДНДІ ВС ОВТ. 2025. № 3 (25). С. 42–52. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.25.2025.06>

*Стаття надійшла до редакції 23.02.2026.*

*Прийнято до друку 15.03.2026.*

*Дата публікації 30.06.2026.*

## REFERENCES

1. Adamenko, A., & Porokhonchuk, O. (2025). Perspektyvy zastosuvannia bortovykh zasobiv radioelektronnoi borotby dlia zakhystu viiskovoi tekhniky proty povitrianoi obrony vid suchasnykh povitrianykh zasobiv urazhennia protyvnyka [Prospects for the Use of Airborne Electronic Warfare Equipment to Protect Military Air Defense Equipment from Modern Enemy Air Weapons]. *Systemy ozbroiennia i viiskova tekhnika [Armament Systems and Military Equipment]*, 2 (82), 42–49. <https://doi.org/10.30748/soivt.2025.82.06> [in Ukrainian].
2. Sholokhov, S., Samborskyi, I., Vakulenko, O., & Nikolaienko, B. (2021). *Zavadozakhyst radioelektronnykh zasobiv. Ch. 1. Osnovy z avadozakhystu system zviazku [Interference Protection of Radio Electronic Devices. Part 1. Fundamentals of Interference Protection of Communication Systems]*. Kyiv [in Ukrainian].
3. Bybyk, R., & Opirskyi, I. (2025). Elektromahnitni zahrozy v suchasnykh konfliktakh: analiz kharakterystyk dzherel REB ta yikh vplyv na efektyvnist system zasobiv urazhennia [Electromagnetic Threats in Modern Conflicts: Analysis of the Characteristics of Electronic Warfare Sources and Their Impact on the Effectiveness of Weapons Systems]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika [Cybersecurity: Education, Science, Technology]*, 3 (27), 193–204. <https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.27.748> [in Ukrainian].
4. Los, A., & Zhyrna, O. (2024). Rezultaty eksperymentu vykorystannia navihatsiinykh anten z kontrolovanoiu diahramoiu spriamovanosti na BPLA v zonakh aktyvnoho podavlennia zasobamy radioelektronnoi borotby [Results of the Experiment Using Navigational Antennas with Controlled Reception Pattern Antenna for UAVs in Areas of Active Suppression by Electronic Warfare Means]. *Zb. nauk. prats DNDI VS OVT [Scientific Works of State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification]*, 1 (19), 73–80. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.19.2024.09> [in Ukrainian].
5. Panchenko, I., Bondarenko, D., Lypskyi, O., & Stefanyshyn, Ya. (2024). Analiz pidkhodu do zakhystu vid zavad suputnykovykh navihatsiinykh pryimachiv BpLA [Analysis of the Approaches to Protection Against Interference of UAV Satellite Navigation Receivers]. *Systemy i tekhnolohii zviazku, informatyzatsii ta kiberbezpeky [Communication, Informatization and Cybersecurity Systems and Technologies]*, 5, 108–118. Kyiv <https://doi.org/10.58254/viti.5.2024.10.108> [in Ukrainian].
6. Givhan, C., & Martin, S. (2023). Comparison of CRPA Direction of Arrival Methods on Post Correlated GNSS Signals for Solution Authentication and Spoofing Detection. In Proceedings of the International Technical Meeting of The Institute of Navigation. California. (pp. 303–314). <https://doi.org/10.33012/2023.18625>

11. VST 602.001-2024 (01). *Elektromahnitna ta kiberborotba. Radioelektronna borotba. Terminy ta vyznachennia [Electromagnetic and Cyber Warfare. Electronic Warfare. Terms and definitions]*. Retrived from [https://milstand.knu.ua/uploads/p\\_1209\\_66c84a8f9944e.pdf](https://milstand.knu.ua/uploads/p_1209_66c84a8f9944e.pdf) [in Ukrainian].
8. Meheretu, S., Nigussie, E., Gebremeskel, G., & Hailesilassie, S. (2025). A Systematic Literature Review on Spoofing and Jamming Approaches in Unmanned Aerial Vehicles Navigation. *Aerosp. Technol. Manag*, 17, 1–21. <https://doi.org/10.1590/jatm.v17.1396>
9. Li, X., Chen, L., Lu, Z. Wang, F., & Liu, W. (2023) Overview of Jamming Technology for Satellite Navigation. *Machines*, 11, 7, 1–29. <https://doi.org/10.3390/machines11070768>
10. Lubbers, B. (2025). GNSS Accuracy under White Gaussian Noise Jamming. *Eng. Proc*, 88, 1–9. <https://doi.org/10.3390/engproc2025088026>
11. Shaheen, E., & Elgamel, S. (2019). Mathematical Analyses of the GPS Receiver Interference Tolerance and Mean Time to Loss Lock. *Defence Technology*, 15, 440–449. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.02.001>
12. Adamy, D. (2009). *Tactical Battlefield Communications Electronic Warfare*. Artech house.
13. Morong, T., Puricer, P., & Kovár, P. (2019). Study of the GNSS Jamming in Real Environment. *Intl. Journal of Electronics and Telecommunications*, 65, 1, 65–70. <https://doi.org/10.24425/ijet.2019.126284>
14. Konin, V., & Kharchenko, V. (2010). *Systemy suputnykovoï radionavihatsii [Satellite Radio Navigation Systems]*. Kyiv [in Ukrainian].
15. Saakian, A. (2021). *Radio Wave Propagation Fundamentals*. 2<sup>nd</sup> ed.
16. Saunders, S., & Zavala, A. (2007). *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*. 2<sup>nd</sup> ed.
17. Nahorniuk, O. (2024). Doslidzhennia vplyvu periodychnoi kovznoi za chastotoiu radiopereshkody na radiokanal LoRa [Investigation of Impact of Periodic Frequency Sweeping Radio Interference on LoRa Radio Channel]. *Visnyk NTUU KPI Serii – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia [Bulletin of NTUU “KPI”. Series Radio Engineering, Radio Equipment Manufacturing]*, 98, 30–37. <https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.98.30-37> [in Ukrainian].
18. Panteliat, M., & Miasoiedov, P. (2025). Elektromahnitna sumisnist tekhnichnykh obiektiv i system: poperednii ohliad deiakykh prohramnykh zasobiv dlia kompiuternoho modeliuvannia [Electromagnetic Compatibility of Technical Objects and Systems: A Preliminary Review of Some Software for Computer Modelling]. *Visnyk NTU “KhPI”. Serii – Problemy udoskonaliuvannia elektrychnykh mashyn i aparativ. Teorii i praktyka [Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Problems of Electrical Machines and Apparatus Perfection. The Theory and Practice]*, 1 (13), 21–25. <https://doi.org/10.20998/2079-3944.2025.1.05> [in Ukrainian].
19. Breinbjerg, O., Castañer, M., Gregson, S., & Eibert, T. (2023). Antenna Measurement Challenges and Opportunities. *Reviews of Electromagnetics*, 1–49. <https://doi.org/10.53792/RoE/2023/23003>
20. Schott, P., Lemaître, F., & Pascal, O. (2002). Use of Gaussian Beams to Compute Antenna Pattern. *Ann. Telecommun*, 57, 75–797. <https://doi.org/10.1007/BF02995518>
21. Balanis, C. (2016). *Antenna Theory Analysis and Design*. 4<sup>th</sup> ed.
22. Vince, J. (2024). *Foundation Mathematics for Computer Science. A Visual Approach*. 4<sup>th</sup> ed. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-66549-3>

23. Croft, A., & Davison, R. (2019). *Mathematics for Engineers*. 5<sup>th</sup> ed.

24. Betz, W. (2016). Navstar Global Positioning System. *Engineering Satellite-Based Navigation and Timing: Global Navigation Satellite Systems, Signals, and Receivers*. *IEEE*, 163–200. <https://doi.org/10.1002/9781119141167.ch7>

25. Bertsekas, D., & Tsitsiklis, J. (2000). *Introduction to Probability*.

26. Kostrikov, O., Svitenko, M., Semyroz, A., & Stryhun, V. (2025). Analiz mozhyvosti zastosuvannya aparatury spozhyvachiv HNSS dlia otsiniuvannya parametriv traiektorii rukhu ob'ektiv na vyprobuvanniakh [Analysis of the Possibility of Using GNSS Consumer Equipment to Estimate the Parameters of the Trajectory of Objects in Tests]. *Zb. nauk. prats DNDI VS OVT [Scientific Works of State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification]*, 3 (25), 42–52. <https://doi.org/10.37701/dndivsovt.25.2025.06> [in Ukrainian].

**O. A. Nahorniuk**

## **METHODS FOR CALCULATING RADIO JAMMING ZONES OF INTERFERENCE TRANSMITTERS AGAINST GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM RECEIVERS**

*Jamming of radio receivers of global navigation satellite system user equipment employed by aerial attack assets is one of the effective means of countering them. To reduce the impact of radio interference in global navigation satellite systems, the adversary employs compact adaptive antenna arrays based on Controlled Reception Pattern Antenna (CRPA) technology, with the number of elements in such arrays continuously increasing. Suppression of receiving equipment equipped with these interference-resistant antenna arrays requires the simultaneous use of a set of spatially distributed electronic warfare assets. Planning the deployment of such assets, as well as defining requirements for them, involves the use of mathematical and methodological tools for calculating the characteristics and parameters of their radio jamming zones. A mathematical framework for modeling the process of radio jamming of navigation receivers, which is based on analytical expressions describing radio signal propagation in free space and in the atmosphere, is developed in the article. Two methods are proposed for calculating the radio jamming zones of electronic warfare assets with omnidirectional and directional antennas, as well as their projections onto the Earth's surface. The calculations take into account the technical parameters of radio navigation equipment, interference transmitters, the shapes of their antenna radiation patterns, and atmospheric propagation losses. Software for calculating and visualizing the radio jamming zones of interference transmitters in space and on the surface was developed in the MATLAB environment. Three examples of calculating the coverage areas of radio jamming assets with omnidirectional, weakly directional, and directional antennas are presented. It is shown that, under certain conditions, the radio jamming zones of electronic warfare assets on the Earth's surface can be approximated with sufficient accuracy by a circle or a circular sector.*

**Keywords:** methodology; radio jamming; global navigation satellite system; radio jamming zone; interference transmitter; aerial attack asset.