

І. В. Зімчук, Т. М. Шапар

ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ ФІЛЬТРАЦІЇ ДЛЯ ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

В інерціальних навігаційних системах безпілотних літальних апаратів для підвищення точності навігаційних вимірів застосовують алгоритми фільтрації, зокрема фільтр Калмана та різні його модифікації. Практичне застосування таких алгоритмів ускладнюється їх обчислювальною складністю й абстрактною формою подання, яка не відображає усіх особливостей. Саме тому актуальним є завдання синтезу алгоритмів фільтрації, які будуть відповідати вимогам гарантованої збіжності та мінімальної обчислювальної складності щодо своєї реалізації. Остання вимога є надзвичайно важливою для навігаційних систем малих безпілотних літальних апаратів, оскільки їх бортове обладнання має бути дешевим і малоенергоємним. У зв'язку із цим у статті викладено параметричний синтез оптимального алгоритму поліноміальної фільтрації результатів вимірювань акселерометричних датчиків орієнтації в інерціальних навігаційних системах безпілотних літальних апаратів. Під параметричним синтезом у цій публікації розуміється визначення оптимальних внутрішніх параметрів, якими є коефіцієнти згладжування фільтра. Синтез параметрів виконано за умови заданої структури фільтра, який синтезовано за методикою, запропонованою авторами в попередніх дослідженнях, що ґрунтується на теорії інваріантності. Оптимальні коефіцієнти згладжування визначено шляхом умовної оптимізації цільової функції, за яку обрано мінімум середнього квадрата помилки оцінювання. Як обмеження прийнято умови стійкості фільтра, які визначено за алгебричним критерієм. Завдяки скалярній формі реалізації синтезованому оптимальному алгоритму фільтрації притаманна низька обчислювальна складність. Його ефективність підтверджено комп'ютерним моделюванням за результатами реальних вимірів акселерометра ADXL345, що входить до складу Arduino UNO R3.

Ключові слова: згладжувальний фільтр; оцінка; вимірювання; безпілотний літальний апарат; акселерометр; система навігації; алгоритм фільтрації.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Розширення сфер застосування та масовість використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) зумовлюють їх постійне технічне вдосконалення. Однією з ключових вимог до БПЛА є забезпечення його високоточної, надійної навігації та орієнтації [1].

Задача визначення кутової орієнтації БПЛА та координат його місцеперебування розв'язується пілотажно-навігаційним комплексом, до складу якого входять інерціальна та супутникова навігаційні системи (ІНС та СНС) [2, 3]. Основою сучасних навігаційних комплексів є ІНС. Це обумовлено їх повною автономністю та можливістю надавати повну інформацію про навігаційні параметри руху: кути курсу, тангажа, крену, прискорення,

а також швидкість руху та координати місця БпЛА. Завдяки можливості визначати кутове положення об'єкта з високою точністю в будь-якому діапазоні кутів та з високою частотою видачі інформації, ІНС не мають альтернативи, особливо за відсутності власної супутникової мережі [4].

У БпЛА малої маси широкого застосування набули безплатформні ІНС (БІНС), реалізовані на базі акселерометрів та гіроскопів, виконаних за технологією мікроелектромеханічних систем (МЕМС), основними перевагами яких є малі габарити й вага, висока завадозахищеність, надійність та автономність. Принцип роботи БІНС ґрунтується на обчисленні лінійного та кутового положення БпЛА шляхом інтегрування перетворених у потрібну систему координат лінійних і кутових прискорень, які вимірюються встановленими на борту акселерометрами й гіроскопами. Функції гіростабілізованої платформи виконує бортовий обчислювач [5].

Склад вимірювачів повинен бути достатнім для отримання інформації про вектори уявного прискорення та абсолютної кутової швидкості, він може бути таким: вимірювачі кутової швидкості та акселерометри, лише акселерометри, акселерометри та некеровані гіроскопи [5]. Однак у складі вимірів акселерометра наявний адитивний шум, спричинений особливостями конструкції та умовами функціонування, яким властиві стохастичні чинники, пов'язані із середовищем експлуатації: небажані механічні вібрації, електромагнітні перешкоди від інших електромеханічних або механічних елементів тощо. Для боротьби з шумами використовують різні алгоритми фільтрації, які реалізуються у вигляді обчислювальних процедур пілотажно-навігаційного комплексу [5, 6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Класичним способом усунення шуму та похибок акселерометричних датчиків є застосування фільтра Калмана [5, 7], який дозволяє отримати оцінку, оптимальну за критерієм мінімум середньоквадратичної помилки оцінювання, за умови наявності апріорної інформації про математичну модель даних, які вимірюються, та статистичні характеристики помилок вимірювань [8, 9]. Можливість застосування таких алгоритмів у навігаційних системах обумовлена тим, що є задачі, які можуть бути зведені до лінійних без помітних втрат у точності.

Разом із цим для низки задач застосування лінійних алгоритмів неприпустимо внаслідок нелінійного характеру рівнянь, які описують динаміку вектора стану та вимірювань. Саме тому є декілька модифікацій класичного фільтра Калмана, які дозволяють застосовувати його для нелінійних систем, а саме: розширений фільтр Калмана (Extended Kalman filter – EKF) [10, 11], сигма-точковий фільтр Калмана (Unscented Kalman filter – UKF) [12, 13] та фільтр Калмана частинок (Particle Kalman Filter – PKF) [14], – різниця між якими полягає в методах лінеаризації нелінійних моделей.

Розглянуті алгоритми фільтрації належать до алгоритмів калманівського типу, вони є досить універсальними щодо практичного застосування, однак характеризуються високою складністю. Кожна наступна модифікація фільтра вимагає значно більших обчислювальних потужностей. Саме тому їх застосування в системах, які реалізуються на мікроконтролерах, повинно бути виправдано. Крім того, інженери часто стикаються з проблемою їх практичної реалізації через абстрактну форму опису, яка не відображає усіх деталей процесу [15].

Порівняно новим підходом до розв'язання задачі фільтрації параметрів орієнтації в ІНС є фільтр Маджвіка [16, 17], який обчислює єдину оцінку орієнтації на основі вимірювань акселерометра та гіроскопа. Його точність сумірна з точністю фільтра Калмана, однак на відміну від останнього він потребує менше обчислювальних ресурсів для своєї реалізації, а задачу мінімізації помилок оцінювання в цьому фільтрі розв'язують із застосуванням алгоритму градієнтного спуску, при цьому пошук мінімуму реалізується лише в одну його ітерацію. Для опису орієнтації об'єкта в просторі фільтр Маджвіка використовує кватерніони, що не є наочним для прямого розуміння користувачем. Крім того, алгоритм був спроектований під умови конкретної задачі, тому він не є універсальним.

Найпростіший варіант фільтра, здатний розв'язувати задачу фільтрації вимірювань в ІНС, – це комплементарний фільтр [17]. Його робота ґрунтується на змішуванні вимірювань акселерометра та гіроскопа у визначеній пропорції. Незважаючи на простоту реалізації цього алгоритму, точність вихідних значень фільтра нижча, ніж у розглянутих вище алгоритмів. Крім того, налаштування коефіцієнта згладжування комплементарного фільтра передбачено лише експериментальним шляхом.

У ході розроблення ефективних алгоритмів необхідно брати до уваги особливості умов, у яких розв'язуються прикладні задачі фільтрації. Зокрема, активно розвиваються методи поліноміальної фільтрації [18], у яких враховується той факт, що нелінійностям у рівняннях динаміки та вимірювань притаманний поліноміальний характер, а вимірювання навігаційних параметрів є одновимірним потоком даних.

Досить часто завдання оцінювання спрощують шляхом обмеження класу алгоритмів, що передбачає їх вибір, наприклад, у класі лінійних алгоритмів [13]. Для таких припущень у [15] викладено метод, який дозволяє синтезувати ефективні згладжувальні фільтри в разі скалярних моделей вхідних дій і дає можливість формувати алгоритми заданої структури, виходячи із забезпечення необхідної точності оцінювання в сталому режимі. Однак метод викладено лише на рівні структурного синтезу. Порядок визначення оптимальних значень коефіцієнтів згладжування не розглянуто.

Незважаючи на те, що на теперішній час запропоновано досить велику кількість різноманітних алгоритмів фільтрації, задача їх розроблення залишається актуальною.

Формулювання завдання дослідження. Метою статті є параметричний синтез оптимального алгоритму поліноміальної фільтрації результатів вимірювань акселерометричних датчиків орієнтації в ІНС БпЛА. Під параметричним синтезом розуміємо визначення оптимальних внутрішніх параметрів [19, 20], якими є коефіцієнти згладжування фільтра. Алгоритм фільтрації повинен задовольняти вимоги гарантованої збіжності процесу фільтрації та мінімальної обчислювальної складності щодо своєї реалізації. Остання вимога є надзвичайно актуальною в навігаційних системах малих БпЛА, оскільки їх бортове обладнання має бути дешевим, малоенергоємним та з мінімальними масою й об'ємом [3].

Виклад основного матеріалу

Дано: рівняння стану та спостереження

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{m=1}^N \frac{T^m}{m!} \Delta^m x(n-1), \quad (1)$$

$$g(n) = x(n) + f(n),$$

де x – істинне значення інформаційного параметра;

$\Delta^m x$ – кінцева різниця m -го порядку;

N – порядок моделі;

T – темп оброблення інформації;

$n = 0, 1, 2, \dots$ – нормований відносно інтервалу дискретизації дискретний час;

f – помилка вимірювання.

Знайти: для алгоритму фільтрації з відомою структурою необхідно синтезувати алгоритм розрахунку оптимальних значень коефіцієнтів згладжування. Критерій якості:

$$P(n) = M[\varepsilon^2(n)] \rightarrow \min, \quad (2)$$

тут

$$\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (3)$$

– помилка оцінювання.

Обмеження: помилки вимірювання є некорельованим білим гаусівським шумом:

$$M[x(n)f(n)] = 0, \quad M[f(n)f(n-i)] = 0, \quad i > 0,$$

$$R(n) = M[f^2(n)],$$

де M – символ математичного сподівання;

R – дисперсія помилок вимірювань, значення якої вважається відомим.

Параметричний синтез алгоритму фільтрації. Для умов поставленої задачі в [15] викладено методику синтезу алгоритмів фільтрації, суть якої полягає в застосуванні таких рівнянь:

$$\begin{aligned} x_e(n) &= [1 - A(z)] \hat{x}(n); \\ \tilde{u}(n) &= g(n) - x_e(n); \\ \hat{x}(n) &= \frac{B(z)}{A(z)} \tilde{u}(n), \end{aligned} \quad (4)$$

де $x_e(n)$ – екстрапольоване значення інформаційного параметра;

$\tilde{u}(n)$ – нев'язка;

$A(z) = (1 - z^{-1})^y \left[1 + \sum_{i=1}^k a_i z^{-i} \right]$ – чисельник передавальної функції фільтра за помилкою,

який визначає порядок астатизму та розраховується на підставі третьої форми умов інваріантності

$$A(z)x(n) = 0; \tag{5}$$

$B(z) = \sum_{j=0}^l b_j z^{-j}$ – чисельник передавальної функції фільтра, який містить коефіцієнти

згладжування, значення яких характеризують якість фільтрації.

Для поліномів

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2 (1 + a_1 z^{-1}), \tag{6}$$

$$B(b_0) = b_0$$

за виразами (4) синтезовано згладжувальний фільтр [15], який описується різницевиими рівняннями:

$$\begin{aligned} x_e(n) &= (2 - a_1)\hat{x}(n-1) - (1 - 2a_1)\hat{x}(n-2) - a_1\hat{x}(n-3), \\ \tilde{u}(n) &= g(n) - x_e(n), \\ \hat{x}(n) &= b_0\tilde{u}(n) + \hat{x}_e(n), \end{aligned} \tag{7}$$

де b_0 – коефіцієнт згладжування;

a_1 – коефіцієнт підвищення порядку астатизму фільтра.

Оптимальні значення коефіцієнтів b_0 та a_1 визначаємо шляхом умовної оптимізації цільової функції за такими виразами:

$$\frac{\partial P}{\partial b_0} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial a_1} = 0, \tag{8}$$

у яких $P(n)$ підлягає визначенню.

Обмеженнями на значення є умови стійкості згладжувального фільтра:

$$0 < b_0 \leq 1, \quad -1 < a_1 < 0, \quad b_0 > -a_1 - 0,3.$$

Для отримання виразу цільової функції $P(n)$ рівняння (3) для помилки оцінювання подається в такому вигляді:

$$\varepsilon(n) = \varepsilon_e(n) - b_0[\varepsilon_e(n) + f(n)], \tag{9}$$

де

$$\varepsilon_e(n) = x(n) - x_e(n) \quad (10)$$

– помилка екстраполяції.

Підстановкою рівняння (9) у (2) з урахуванням умов (1) отримаємо

$$P(n) = P_e(n) - 2b_0 P_e(n) + b_0^2 [P_e(n) + R(n)], \quad (11)$$

де

$$P_e(n) = M[\varepsilon_e^2(n)] \quad (12)$$

– дисперсія помилок екстраполяції.

Із розрахунку похідної (8) визначаємо вираз для оптимального значення коефіцієнта згладжування:

$$b_0(n) = \frac{P_e(n)}{P_e(n) + R(n)}. \quad (13)$$

Підстановкою рівняння (13) у вираз (11) знаходимо співвідношення між дисперсіями помилок оцінювання та екстраполяції:

$$P(n) = (1 - b_0) P_e(n). \quad (14)$$

Для визначення дисперсії помилок екстраполяції, яка входить до складу рівнянь (13) та (14), із (3) отримуємо вираз для оцінювання в такому вигляді:

$$\hat{x}(n) = x(n) - \varepsilon(n). \quad (15)$$

Підставивши (15) у рівняння розрахунку екстрапольованого значення (4), з урахуванням умови (5) виведемо (10) для помилки екстраполяції:

$$\varepsilon_e(n) = [1 - A(z)] \varepsilon(n). \quad (16)$$

Тоді вираз (12) для дисперсії помилок екстраполяції набуває такого вигляду:

$$P_e(n) = [1 - A(z)]^2 P(n). \quad (17)$$

Для узгодження в часі процесів фільтрації та екстраполяції помилка оцінювання подається таким чином:

$$\varepsilon(n) = z\varepsilon(n-1),$$

звідки

$$P(n) = z^2 P(n-1), \quad (18)$$

де z – оператор часового випередження.

З урахуванням (18) загальний вираз (17) для розрахунку дисперсії помилок екстраполяції набуває кінцевого вигляду:

$$P_e(n) = [1 - A(z)]^2 z^2 P(n-1). \quad (19)$$

Підстановкою полінома $A(n)$ у (19) отримаємо рівняння для розрахунку дисперсії помилок екстраполяції:

$$P_e(n) = (2 + a_1)P(n-1) - 2(2 - 3a_1 - 2a_1^2)P(n-2) + (1 - 8a_1 + 2a_1^2)P(n-3) + 2a_1(1 - 2a_1)P(n-4) + a_1^2 P(n-5). \quad (20)$$

Порядок розрахунку значення коефіцієнта a_1 визначається з виразу (8) після підстановки рівняння (20) у співвідношення (14):

$$a_1(n) = - \frac{P(n-1) + 6P(n-2) - 8P(n-3) + 2P(n-4)}{8P(n-2) + 4P(n-3) - 8P(n-4) + 2P(n-5)}. \quad (21)$$

Отже, об'єднавши разом рівняння (7), (13), (14), (20) та (21), повний алгоритм фільтрації вимірювань датчиків орієнтації ІНС за скалярних моделей вхідних дій, у якому виконується критерій якості (2), матиме такий вигляд:

$$a_1(n) = - \frac{P(n-1) + 6P(n-2) - 8P(n-3) + 2P(n-4)}{8P(n-2) + 4P(n-3) - 8P(n-4) + 2P(n-5)},$$

$$x_e(n) = (2 - a_1)\hat{x}(n-1) - (1 - 2a_1)\hat{x}(n-2) - a_1\hat{x}(n-3),$$

$$P_e(n) = (2 + a_1)P(n-1) - 2(2 - 3a_1 - 2a_1^2)P(n-2) + (1 - 8a_1 + 2a_1^2)P(n-3) + 2a_1(1 - 2a_1)P(n-4) + a_1^2 P(n-5),$$

$$b_0(n) = \frac{P_e(n)}{P_e(n) + R(n)}, \quad (22)$$

$$\tilde{u}(n) = g(n) - x_e(n),$$

$$\hat{x}(n) = b_0\tilde{u}(n) + \hat{x}_e(n),$$

$$P(n) = (1 - b_0)P_e(n).$$

Синтезований алгоритм складається з двох етапів: передбачення (екстраполяції) та корекції.

Результати моделювання. Ефективність синтезованого алгоритму оцінювали з використанням комп'ютерного моделювання. Розроблено імітаційну модель, яка дозволяє шляхом виконання послідовності обчислень із подальшим графічним відображенням результатів імітувати процес фільтрації вхідних сигналів у реальному часі. За вхідні дані використовували реальні виміри триосьового акселерометра ADXL345, який було встановлено безпосередньо на борту БпЛА. Імітувалася зміна кута крену БпЛА (рис. 1).

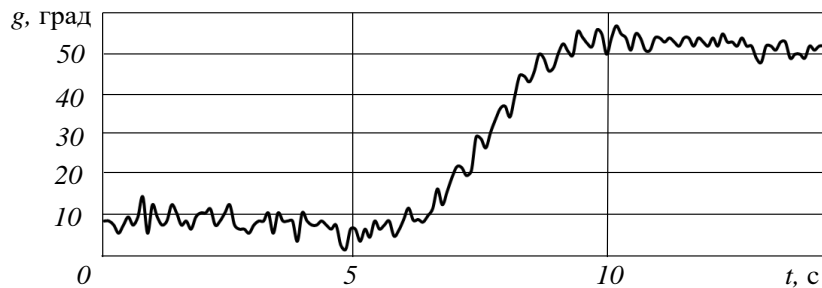


Рис. 1. Зміна кута крену БпЛА, який визначено за результатами вимірювань акселерометра

Моделювання відбувалося за таких умов: $T = 0,1$ с, $P(0) = 5$ град². Результат фільтрації вимірювань із застосуванням синтезованого алгоритму показано на рис. 2.

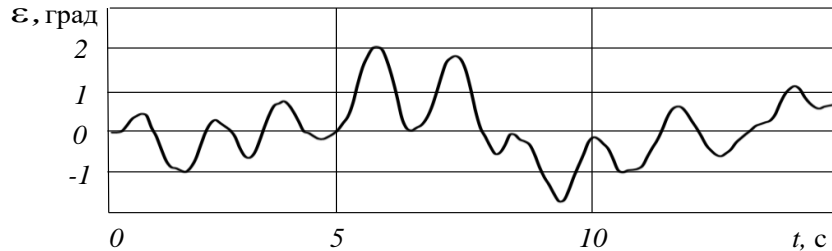


Рис. 2. Результат фільтрації кута крену БпЛА в разі застосування синтезованого алгоритму

Отримані результати порівнювали з результатами роботи фільтра Калмана (рис. 3), налаштованого на модель для $N = 1$.

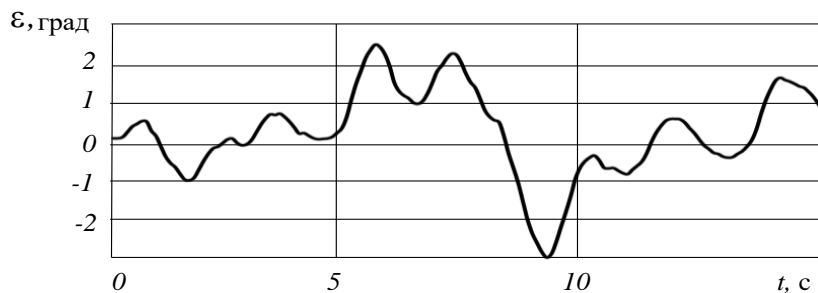


Рис. 3. Результат фільтрації кута крену БпЛА в разі застосування фільтра Калмана

У табл. 1 подано середнє значення критерію якості для досліджуваних фільтрів на інтервалах спостереження.

Таблиця 1

Значення критерію якості на інтервалах спостереження

	Часовий інтервал фільтрації, с		
	0–5	6–10	11–15
Синтезований фільтр	0,516 град ²	0,875 град ²	0,348 град ²
Фільтр Калмана	0,489 град ²	1,419 град ²	0,359 град ²

З отриманих результатів видно, що на інтервалах часу, де кутове положення БпЛА не змінюється, синтезований алгоритм забезпечує якість фільтрації, яка відповідає фільтру Калмана. Однак на інтервалах часу, коли кутове положення корпусу БпЛА змінюється ($t = 6-10$ с), у синтезованому алгоритмі значення середнього квадрата помилки оцінювання в 1,6 раза менше, ніж у фільтра Калмана.

Отже, в умовах динамічної зміни кутового положення БпЛА застосування синтезованого алгоритму дозволило досягти кращої якості фільтрації, ніж застосування фільтра Калмана.

Висновки. У статті викладено параметричний синтез оптимального (за критерієм мінімум середнього квадрата помилки оцінювання) алгоритму фільтрації навігаційних вимірів в ІНС БпЛА. Алгоритм синтезовано за умови апіорно визначеної структури фільтра. Його працездатність та ефективність підтверджено результатами комп'ютерного моделювання.

Основними властивостями синтезованого алгоритму є:

низька обчислювальна складність, обумовлена скалярною формою рівнянь, за якими реалізовано процес фільтрації;

нестационарність, причиною якої є розрахунок оптимального коефіцієнта згладжування на кожному кроці оброблення вимірювань;

рекурентна форма: нові оцінки отримуються шляхом коригування старих на основі нових спостережень.

Практичне застосування синтезованого алгоритму дозволяє:

здійснювати контроль якості фільтрації за значенням обраного показника ефективності;

обмежувати значення динамічної помилки оцінювання в разі невідповідності між математичною моделлю вхідних даних та фільтра.

Для реалізації синтезованого алгоритму необхідна наявність апіорних відомостей про статистичні характеристики помилок вимірювань.

Отже, викладені теоретичні положення є продовженням результатів досліджень, які описано авторами в роботі [15]. За напрямком подальших досліджень слід вважати розробку алгоритмів ідентифікації статистичних характеристик помилок вимірювань для умов їх апіорної невизначеності.

СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ

1. Гула В. С., Грига В. М. Аналіз сучасного стану сенсорів для інерціальної навігації безпілотних літальних апаратів // Технології та інжиніринг. 2024. № 4 (21). С. 29–47. <https://doi.org/10.30857/2786-5371.2024.4.3>
2. Підвищення точності автономної навігації невеликих безпілотних літальних апаратів за рахунок врахування вітру та похибок сенсорів / А. А. Шалигін, В. О. Нерубацький, А. Ф. Кудрявцев та ін. // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2022. № 3(48). С. 44–50. <https://doi.org/10.30748/nitps.2022.48.05>
3. Авіоніка безпілотних літальних апаратів / В. П. Харченко, В. І. Чепіженко, А. А. Тунік, С. В. Павлова. Київ : ТОВ «Абрис-принт», 2012. 464 с. ISBN: 978-966-1653-05-3.
4. Грекуляк М. В., Куценко В. В., Луценко А. С. Аналіз методів застосування інерціальних навігаційних систем для підвищення безпеки навігації повітряних засобів // Collection of Scientific Papers «SCIENTIA». II International Scientific and Theoretical Conference «Current Issues of Science, Prospects and Challenges». (June 10, 2022. Sydney, Australia). P. 69–73. <https://doi.org/10.36074/scientia-10.06.2022>
5. Рудик А. В., Квасніков В. П. Наукові основи та принципи побудови приладової системи вимірювання прискорення мобільного робота : Монографія. Харків : Мачулін, 2018. 272 с. ISBN 978-617-7589-12-8.
6. Шуляк М. Л. Аналіз існуючих систем фільтрації даних при експериментальному дослідженні транспортного засобу // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. 2020. № 21. С. 175–184. <https://doi.org/10.37700/ts.2020.21.175-184>
7. Розроблення та дослідження сучасних систем електроенергетики та автоматизації : Монографія / В. В. Древецький, С. В. Василюк, А. В. Рудик та ін. Рівне : Овід, 2020. 380 с.
8. Nemat Allah Ghahremani, Hassan Majed Alhassan. Generalized Incremental Predictive Filter for Integrated Navigation System INS/GPS in Tangent Frame // Journal of Control (English Edition). 2022. Vol. 01, No. 01. P. 49–59. <https://doi.org/10.52547/jocee.1.1.49>
9. Цуканов О. Ф., Якорнов Є. А. Методи оцінки параметрів руху маневруючих безпілотних літальних апаратів в інфокомунікаційних сенсорних мережах // Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології. 2022. № 2 (04). С. 74–84. <https://doi.org/10.36994/2788-5518-2022-02-04-08>
10. Afshari H. H., Gadsden S. A., Habibi S. Gaussian Filters for Parameter and State Estimation: A General Review of Theory and Recent Trends // Signal Processing. 2017. Vol. 135. P. 218–238. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.01.001>
11. Guoqiang Mao, Sam Drake, Brian D. O. Anderson. Design of an Extended Kalman Filter for UAV Localization // Conference: Information, Decision and Control. IEEE. 2007. P. 224–229. <https://doi.org/10.1109/IDC.2007.374554>
12. Covariance Matching Based Adaptive Unscented Kalman Filter for Direct Filtering in INS/GNSS Integration / Yang Meng, Shesheng Gao, Yongmin Zhong et al. // Acta Astronautica. 2016. Vol. 120. P. 171–181. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.12.014>
13. Crassidis J. L. Sigma-Point Kalman Filtering for Integrated GPS and Inertial Navigation // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2006. Vol. 42, No. 2. P. 750–756. <https://doi.org/10.1109/taes.2006.1642588>

14. Particle Kalman Filtering: A Nonlinear Framework for Ensemble Kalman Filters / Ibrahim Hoteit, Xiaodong Luo, Dinh-Tuan Pham, Irene M. Moroz. // AIP Conference Proceedings. 2010. Vol. 1281, Iss. 1. P. 1075–1079. <https://doi.org/10.1063/1.3497823>
15. Зімчук І. В., Шапар Т. М., Ковба М. В. Синтез алгоритмів фільтрації результатів вимірювань в системах навігації безпілотних літальних апаратів // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. 2024. Вип. 96. С. 21–27. <https://doi.org/10.20535/RADAR.2024.96.21-27>
16. Фесенко О. Д. Вдосконалений метод орієнтації безпілотного літального апарата в тривимірному просторі за допомогою мікроелектромеханічних систем інерціальної системи навігації на основі фільтра Маджвіка // Авіаційна та ракетно-космічна техніка. 2018. Т. 29 (68), Ч. 1, № 3. С. 35–42. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_3%281%29_9 (дата звернення 04.03.2025).
17. Бугайов Д. В., Аврутов В. В., Нестеренко О. І. Експериментальне порівняння алгоритмів визначення орієнтації на базі компліментарного фільтра та фільтра Маджвіка // Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. 2020. Vol. 12, Iss. 3. P. 9–18. <https://doi.org/10.15673/atbp.v12i3.1855>
18. Efficiency Analysis of Polynomial Filtering Algorithms in Navigation Data Processing for a Class of Nonlinear Discrete Dynamical Systems / O. A. Stepanov, V. A. Vasiliev, M. V. Basin et al. // IET Control Theory & Applications. 2021. Vol. 15, No. 2. P. 248–259. <https://doi.org/10.1049/cth2.12036>
19. Романенков Ю. О., Варталян В. М. Постановка задачі ретроспективного аналізу якості двопараметричної прогнозу моделі // Авіація, промисловість, суспільство : матеріали IV Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Кременчук, 18 трав. 2023 р.) Харків : ХНУВС, 2023. С. 487–488. ISBN 978-966-610-270-9.
20. Писарчук О. О., Соколов К. О., Гудима О. П. Розроблення багатокритеріальної методики ситуаційного управління структурою і параметрами системи забезпечення інформаційної безпеки // Зб. наук. праць Центру воєнно-стратегічних досліджень НУО України. 2016. № 3. С. 24–32.

Стаття надійшла до редакції 02.04.2025.

REFERENCES

1. Hula, V. S., & Hryha, V. M. (2024). Analiz suchasnoho stanu sensoriv dlia inertsiialnoi navihatsii bezpilotnykh litalnykh aparativ [Analysis of the Current State of Sensors for Inertial Navigation of Unmanned Aerial Vehicles]. *Tekhnologii ta inzhynirynh [Technologies and Engineering]*, 4 (21), 29–47. <https://doi.org/10.30857/2786-5371.2024.4.3> [in Ukrainian].
2. Shalyhin, A. A., Nerubatskyi, V. O., & Kudriavtsev, A. F. et al. (2022). Pidvyshchennia tochnosti avtonomnoi navihatsii nevelykykh bezpilotnykh litalnykh aparativ za rakhunok vrakhuvannia vitru ta pokhybok sensoriv [Increasing the Accuracy of Autonomous Navigation of Small Unmanned Aerial Vehicles by Taking into Account Wind and Sensor Errors]. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl Zbroinykh Syl Ukrainy [Science and Technology of the Air Forces of*

the Armed Forces of Ukraine], 3 (48), 44–50. <https://doi.org/10.30748/nitps.2022.48.05> [in Ukrainian].

3. Kharchenko, V. P., Chepizhenko, V. I., Tunik, A. A., & Pavlova, S. V. (2012). *Avionika bezpilotnykh litalnykh aparativ [Avionics of Unmanned Aerial Vehicles]*. Kyiv. ISBN: 978-966-1653-05-3 [in Ukrainian].

4. Hrekuliak, M. V., Kutsenko, V. V., & Lutsenko, A. S. (2022). Analiz metodiv zastosuvannya inertsiialnykh navihatsiinykh system dlia pidvyshchennia bezpeky navihatsii povitrianykh zasobiv [Analysis of Methods for Using Inertial Navigation Systems to Improve the Safety of Air Vehicle Navigation]. In *Collection of Scientific Papers «SCIENTIA». II International Scientific and Theoretical Conference «Current Issues of Science, Prospects and Challenges»*. Sydney, Australia. (pp. 69–73). <https://doi.org/10.36074/scientia-10.06.2022>

5. Rudyk, A. V., & Kvasnikov, V. P. (2018). *Naukovi osnovy ta pryntsypy pobudovy pryladovoi systemy vymiriuvannya pryskorennia mobilnoho robota: Monohrafiia [Scientific Foundations and Principles of Constructing an Instrument System for Measuring the Acceleration of a Mobile Robot: Monograph]*. Kharkiv. ISBN 978-617-7589-12-8 [in Ukrainian].

6. Shuliak, M. L. (2020). Analiz isnuuychykh system filtratsii danykh pry eksperymentalnomu doslidzhenni transportnoho zasobu [Analysis of Existing Data Filtering Systems During Experimental Research of a Vehicle]. *Tekhnichniy servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnoho kompleksiv [Technical Service of Agro-Industrial, Forestry and Transport Complexes]*, 21, 175–184. <https://doi.org/10.37700/ts.2020.21.175-184> [in Ukrainian].

7. Drevetskyi, V. V., Vasylets, S. V., & Rudyk, A. V. et al. (2020). *Rozroblennia ta doslidzhennia suchasnykh system elektroenerhetyky ta avtomatyzatsii: Monohrafiia [Development and Research of Modern Power and Automation Systems: Monograph]*. Rivne [in Ukrainian].

8. Nemat Allah Ghahremani, Hassan Majed Alhassan. (2022). Generalized Incremental Predictive Filter for Integrated Navigation System INS/GPS in Tangent Frame. *Journal of Control*, 01, 49–59. <https://doi.org/10.52547/jocee.1.1.49>

9. Tsukanov, O. F., Yakornov, Ye. A. (2022). Metody otsinky parametriv rukhu manevruuychykh bezpilotnykh litalnykh aparativ v infokomunikatsiinykh sensorynykh merezhakh [Methods for Estimating the Motion Parameters of Maneuvering Unmanned Aerial Vehicles in Infocommunication Sensor Networks]. *Infokomunikatsiini ta komp'uterni tekhnolohii [Infocommunication and Computer Technologies]*, 2 (04), 74–84. <https://doi.org/10.36994/2788-5518-2022-02-04-08> [in Ukrainian].

10. Afshari, H. H., Gadsden, S. A., & Habibi, S. (2017). Gaussian Filters for Parameter and State Estimation: A General Review of Theory and Recent Trends. *Signal Processing*, 135, 218–238. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.01.001>

11. Guoqiang Mao, Sam Drake, & Brian D. O. Anderson. (2007). Design of an Extended Kalman Filter for UAV Localization. In *Conference: Information, Decision and Control. IEEE*. (pp. 224–229). <https://doi.org/10.1109/IDC.2007.374554>

12. Yang Meng, Shesheng Gao, & Yongmin Zhong et al. (2016). Covariance Matching Based Adaptive Unscented Kalman Filter for Direct Filtering in INS/GNSS Integration. *Acta Astronautica*, 120, 171–181. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.12.014>

13. Crassidis J. L. (2006). Sigma-Point Kalman Filtering for Integrated GPS and Inertial Navigation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 42, 2, 750–756. <https://doi.org/10.1109/taes.2006.1642588>
14. Ibrahim Hoteit, Xiaodong Luo, Dinh-Tuan Pham, & Irene M. Moroz. (2010). Particle Kalman Filtering: A Nonlinear Framework for Ensemble Kalman Filters. In *AIP Conference Proceedings*, 1281, 1, 1075–1079. <https://doi.org/10.1063/1.3497823>
15. Zimchuk, I. V., Shapar, T. M., & Kovba, M. V. (2024). Syntez alhorytmiv filtratsii rezultativ vymiriuvan v systemakh navihatsii bezpilotnykh litalnykh aparativ [Synthesis of Algorithms for Filtering Measurement Results in Navigation Systems of Unmanned Aerial Vehicles]. *Visnyk NTUU "KPI". Seriya Radiotekhnika, Radioaparatabuduvannia [Bulletin of NTUU "KPI". Series Radio Engineering, Radio Equipment Manufacturing]*, 96, 21–27. <https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.96.21-27> [in Ukrainian].
16. Fesenko, O. D. (2018). Vdoskonalenyi metod oriantatsii bezpilotnoho litalnoho aparata v tryvymirnomu prostori za dopomohoiu mikroelektromekhanichnykh system inertsiialnoi systemy navihatsii na osnovi filtra Madzhvika [Improved Method of Orientation of an Unmanned Aerial Vehicle in Three-Dimensional Space Using Microelectromechanical Systems of an Inertial Navigation System Based on the Madzhvik Filter]. *Aviatsiina ta raketno-kosmichna tekhnika [Aviation and Rocket and Space Engineering]*, 29 (68), 35–42. Retrived from http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_3%281%29_9 [in Ukrainian].
17. Buhaiiov, D. V., Avrutov, V. V., & Nesterenko, O. I. (2020). Eksperymentalne porivniannia alhorytmiv vyznachennia oriantatsii na bazi komplimentarnoho filtra ta filtra Madzhvika [Experimental Comparison of Orientation Determination Algorithms Based on the Complementary Filter and the Madzhvik Filter]. *Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv [Automation of technological and business processes]*, 12, 3, 9–18. <https://doi.org/10.15673/atbp.v12i3.1855> [in Ukrainian].
18. Stepanov, O. A., Vasiliev, V. A., & Basin, M. V. et al. (2021). Efficiency Analysis of Polynomial Filtering Algorithms in Navigation Data Processing for a Class of Nonlinear Discrete Dynamical Systems. *IET Control Theory & Applications*, 15, 2, 248–259. <https://doi.org/10.1049/cth2.12036>
19. Romanenkov, Yu. O., & Vartanian, V. M. (2023). Postanovka zadachi retrospektyvnoho analizu yakosti dvoparmetrychnoi prohnoznoi modeli [Setting the Task of Retrospective Analysis of the Quality of a Two-Parameter Predictive Model]. In *Aviatsiia, promyslovisyt, suspilstvo : materialy IV Mizhnar. nauk.-prakt. konf. [Aviation, Industry, Society: Materials of the IV International Scientific and Practical Conference]*. Kremenichuk, May 18, 2023. (pp. 487–488). Kharkiv. ISBN 978-966-610-270-9 [in Ukrainian].
20. Pysarchuk, O. O., Sokolov, K. O., & Hudyma, O. P. (2016). Rozroblennia bahatokryterialnoi metodyky sytuatsiinoho upravlinnia strukturoiu i parametrymy systemy zabezpechennia informatsiinnoi bezpeky [Development of a Multi-Criteria Methodology for Situational Management of the Structure and Parameters of the Information Security System]. *Zb. nauk. prats Tsentru voienno-stratehichnykh doslidzhen NUO Ukrainy [Collection of scientific works of the Center for Military-Strategic Research of the National University of Defense of Ukraine]*, 3, 24–32 [in Ukrainian].

PARAMETRIC SYNTHESIS OF FILTERING ALGORITHMS FOR INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS OF UNMANNED AIRCRAFT

In inertial navigation systems of unmanned aerial vehicles, filtering algorithms, in particular the Kalman filter and its various modifications, are used to increase the accuracy of navigation measurements. The practical implementation of such filtering algorithms is complicated by their computational complexity and abstract form of representation, which does not reflect all the features of the implementation. That is why the task of synthesizing filtering algorithms that will meet the requirements of guaranteed convergence of the filtering process and minimal computational complexity of their implementation is relevant. The latter requirement is extremely important for navigation systems of small unmanned aerial vehicles, since their on-board equipment must be cheap and low-energy. In this regard, the article presents a parametric synthesis of an optimal algorithm for polynomial filtering of the measurement results of accelerometric orientation sensors in inertial navigation systems of unmanned aerial vehicles. Parametric synthesis refers to the determination of optimal internal parameters, which are the smoothing coefficients of the filter. The synthesis of parameters is performed under the condition of a given filter structure. The filter was synthesized using a method based on the invariance theory and described by the authors in previous works. The optimal smoothing coefficients were determined by conditional optimization of the objective function, which was chosen as the minimum of the mean square error of the estimation. The filter stability conditions, which are determined by an algebraic criterion, are chosen as constraints. Due to the scalar form of implementation, the synthesized optimal filtering algorithm has a low computational complexity. The effectiveness of the algorithm was confirmed by computer simulation based on the results of real measurements of the ADXL345 accelerometer, which is part of the Arduino UNO R3.

Keywords: *smoothing filter; evaluation; measurement; unmanned aerial vehicle; accelerometer; navigation system; filtering algorithm.*