

С. О. Ковтун., С. В. Ковальчук, П. П. Топольницький

**СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕНЕРГЕТИЧНО ПРИХОВАНОГО  
ФАЗОМАНІПУЛЬОВАНОГО СИГНАЛУ**

*На виході приймального тракту, реалізованого на основі автокореляційного алгоритму з квадратурною обробкою, закон розподілу вихідного ефекту відрізняється від нормального. За відсутності сигналу на вході приймача розподіл вихідного ефекту відповідає закону Релея, а за наявності – Релея – Райса.*

*Розглянуто розподіл щільності ймовірності на виході некогерентного автокореляційного приймача з квадратурною обробкою відносно вхідного рівня енергетично прихованого фазоманіпульованого сигналу.*

*Для виявлення корисного сигналу необхідно, щоб на виході приймача відношення сигнал / шум перевищувало значення порога виявлення, обумовленого критерієм Неймана – Пірсона, відповідно до заданої ймовірності хибної тривоги. Розраховано рівень величини відношення сигнал / шум на виході некогерентного автокореляційного приймача з квадратурною обробкою. Характерною особливістю наведених графіків є лінійна залежність вихідного відношення сигнал / шум відносно вхідного. Ця особливість спостерігається в разі вхідного відношення сигнал / шум, меншого за одиницю.*

*Побудовано криві розподілу щільності ймовірності вхідної суміші сигналу та шуму, які відповідають узагальненому закону Релея (Релея – Райса). Спостерігається зміщення кривих за віссю абсцис відповідно до заданих ймовірностей хибної тривоги і часу накопичення (спостереження). З отриманих графіків видно, що зміщення за віссю абсцис величини вхідного відношення сигнал / шум суттєво залежить від часу накопичення вхідної суміші.*

*На основі розподілу щільності ймовірності отримано криві виявлення енергетично прихованого фазоманіпульованого сигналу некогерентним автокореляційним приймачем із квадратурною обробкою.*

*Результати розрахунків свідчать, що виявлення фазоманіпульованого сигналу на фоні білого шуму можливе в разі вхідного відношення сигнал / шум, меншого за одиницю, тобто до -32 дБ у реальному масштабі часу (до 0,1 с).*

**Ключові слова:** автокореляційний алгоритм; адитивна суміш; закон розподілу; квадратурна обробка; кодофазоманіпульований сигнал; статистичні характеристики; щільність ймовірності.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Останнім часом спостерігається тенденція впровадження радіоелектронних систем (РЕС) із розширеним спектром (spread spectrum) у різних сферах радіоелектроніки, наприклад, у радіолокації, зв'язку та навігації. Сигнали з розширеним спектром у науковій літературі називаються складними, широкосмуговими, шумоподібними, багатомірними тощо. У РЕС із розширеним спектром широко застосовуються (особливо в супутникових системах радіонавігації) сигнали з кодовою фазовою маніпуляцією (КФМ).

Для вирішення завдання моніторингу сигналів із розширеним спектром (низькою спектральною щільністю потужності) необхідно знати деякі відомості про корисний сигнал і шум (заваду), а також за можливості максимально використовувати ці відомості для аналізу прийнятої суміші. Отримані апріорні дані дозволяють за сукупністю відмінностей між сигналом і шумом (завадою) встановити факт наявності або відсутності корисного сигналу в прийнятій суміші.

Синтезувати алгоритми обробки вхідних радіосигналів під час ведення моніторингу в умовах повної апріорної невизначеності параметрів вхідних сигналів можна на основі методу статистичного синтезу. При цьому однією з необхідних умов для синтезу радіоприймальних пристроїв моніторингу є знання статистичних характеристик адитивної суміші вхідних сигналів, найбільш повна характеристика яких міститься в законі розподілу ймовірності випадкової величини. Для його визначення необхідно мати адекватну модель суміші вхідних сигналів. Отже, виникає потреба більш детального дослідження параметрів таких сигналів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Відомо [1, 2], що внаслідок просторової, поляризаційної, частотної, амплітудної, часової та структурної селекції на виході лінійного тракту радіоприймального пристрою присутня двокомпонентна адитивна суміш сигналу та шуму:

$$y(t) = s(t) + \xi(t), \quad (1)$$

де  $s(t)$ ,  $\xi(t)$  – сигнальна та шумова складова відповідно.

Як сигнальна складова розглядається КФМ коливання з рівномірно розподіленою початковою фазою, а шумова є гаусівським стаціонарним білим шумом із нульовим математичним сподіванням. У цьому разі потужність (дисперсія) сукупності сигналу  $\sigma_s^2$  і шуму  $\sigma_\xi^2$  дорівнює їх сумі [3, 4]:

$$\sigma_y^2 = \sigma_s^2 + \sigma_\xi^2. \quad (2)$$

На виході приймального тракту, реалізованого на основі автокореляційного алгоритму з квадратурною обробкою, закон розподілу вихідного ефекту відрізняється від нормального. За відсутності сигналу на вході приймача розподіл вихідного ефекту відповідає закону Релея, а за наявності – Релея – Райса [3, 4].

**Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття.** Статистичні характеристики адитивної суміші сигналу й білого шуму, наведені вище, справедливі, коли потужність сигналу перевищує потужність шуму ( $\sigma_s^2 > \sigma_\xi^2$ ). У випадку, що досліджується, на вході приймача моніторингу сигнальна складова значно менша за шумову ( $\sigma_s^2 \ll \sigma_\xi^2$ ), що недостатньо висвітлено в науковій літературі, а тому потребує більш глибокого вивчення. Слід також розглянути, як впливає тривалість накопичення таких сигналів на вихідний ефект приймача, що є досить актуальним.

**Формулювання завдання дослідження.** З урахуванням наведеного **метою та основним змістом статті** є визначення статистичних характеристик адитивної суміші нормального шуму і набагато слабшого КФМ сигналу на виході радіоприймального пристрою, реалізованого на основі автокореляційного алгоритму з квадратурною обробкою.

**Виклад основного матеріалу.** Для моніторингу енергетично прихованого сигналу є обґрунтованим [1, 2] використання приймача, побудованого на основі некогерентного автокореляційного алгоритму з квадратурною обробкою. Такий алгоритм є стійким до апіорної невизначеності параметрів вхідних сигналів невідомої форми з невідомою початковою фазою на фоні гаусівського стаціонарного шуму (завади).

Узагальнений закон Релея (Релея – Райса) має такий вигляд [3, 4]:

$$p(s) = s \cdot \exp\left(-\frac{q^2 + s^2}{2}\right) I_0(q \cdot s), \quad (3)$$

де  $s$  – нормована напруга на виході тракту виявлення;

$I_0(\cdot)$  – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку.

Графік розподілу щільності ймовірності за формулою (3) подано на рис. 1, де характерним є те, що зі збільшенням величини  $s$  функція розподілу Райса задовільно апроксимується функцією розподілу Гауса ( $s \geq 3$ ) [3].

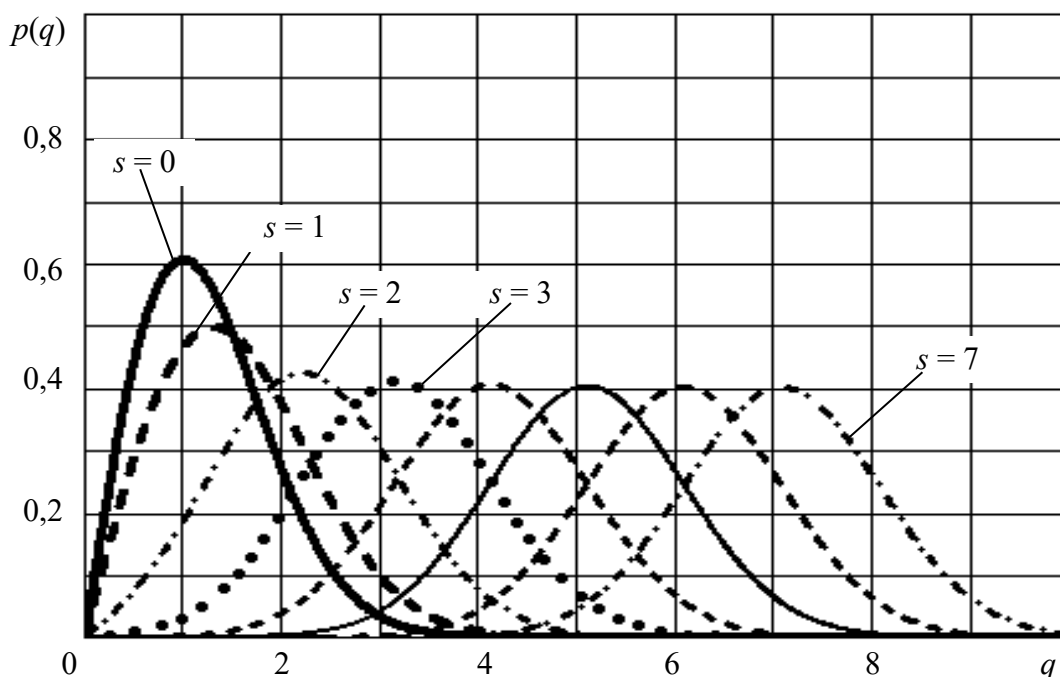


Рис. 1. Графік розподілу щільності ймовірності відповідно до узагальненого закону Релея

Для виявлення корисного сигналу необхідно, щоб на виході приймача відношення сигнал / шум перевищувало значення порога виявлення, обумовленого критерієм Неймана – Пірсона, відповідно до заданої ймовірності хибної тривоги. Вирази для розрахунку величини відношення сигнал / шум  $q$  на виході зазначеного вище приймача мають такий вигляд [5]:

$$q = \frac{\sqrt{2g^2 \rho_s(\tau_{dl})} \sqrt{2\Delta f T}}{\sqrt{(1 + \rho_\xi^2(\tau_{dl})) + 2g^2(1 + \rho_s(\tau_{dl})\rho_\xi(\tau_{dl})) + 2g^4(1 - \rho_\xi^2(\tau_{dl})) \frac{\Delta f}{\Delta f_s}}}, \quad (4)$$

$$g^2 = \frac{U_{ms}^2}{2\sigma_\xi^2}; \quad \sigma_\xi^2 = N_0 \Delta f; \quad \rho_\xi(\tau_{dl}) = \frac{\sin(\pi \Delta f \tau_{dl})}{\pi \Delta f \tau_{dl}}; \quad \rho_s(\tau_{dl}) = \begin{cases} (\tau_p - |\tau_{dl}|); & |\tau_{dl}| \leq \tau_p \\ 0, & |\tau_{dl}| > \tau_p \end{cases}, \quad (5)$$

де  $g^2$  – відношення сигнал / шум за потужністю на вході приймача;

$\rho_s(\tau_{dl}), \rho_\xi(\tau_{dl})$  – коефіцієнти автокореляції обвідної вхідного сигналу й шуму відповідно;

$N_0$  – спектральна щільність білого шуму на вході приймача;

$\Delta f_s$  – ширина спектра КФМ сигналу;

$\tau_p$  – бітовий інтервал КФМ сигналу;

$\tau_{dl}$  – часова неузгодженість, яка вноситься лінією затримки автокореляційного приймача з квадратурною обробкою.

На рис. 2 наведено результати розрахунку за співвідношенням (4) вихідного відношення сигнал / шум від вхідного. Відповідно до виразу (4) величина  $q$  суттєво залежить від ширини смуги пропускання приймача  $\Delta f$  і спектра сигналу  $\Delta f_s$ , автокореляційної функції сигналу й шуму, але найбільш важливим параметром є час накопичення (спостереження) вхідної суміші  $T$ , на який можна впливати на приймальній позиції радіомоніторингу.

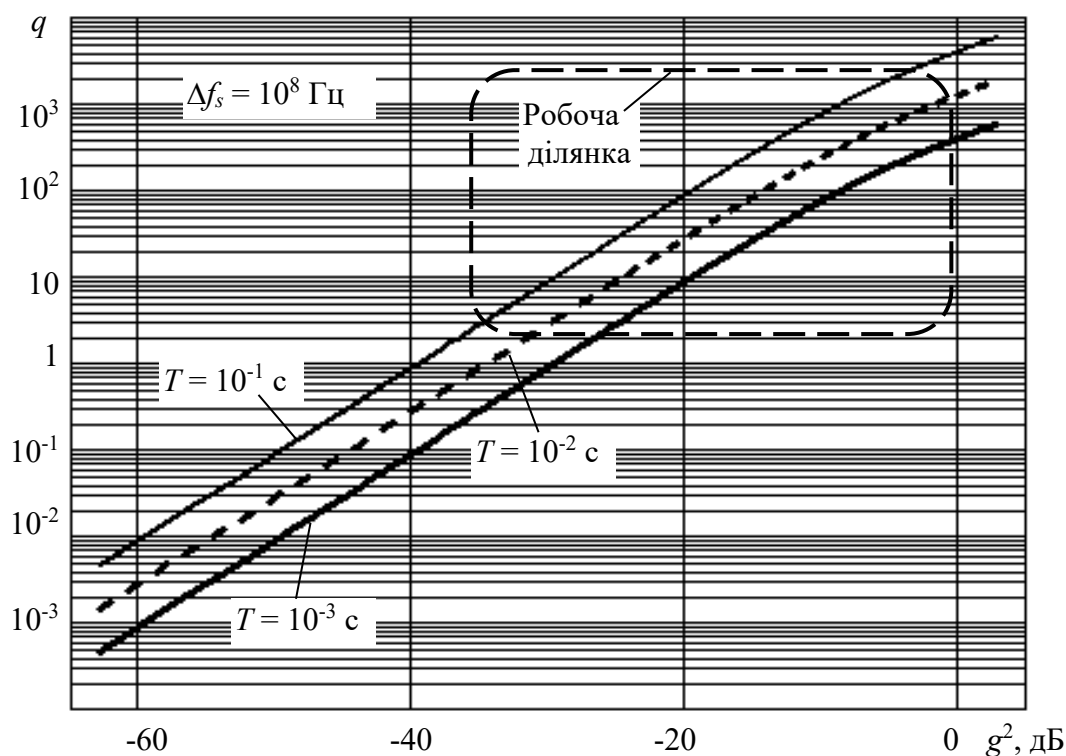


Рис. 2. Залежність вихідного відношення сигнал / шум від вхідного

Враховуючи вирази (3)–(5), побудуємо розподіл щільності ймовірності вхідної суміші сигналу і шуму (рис. 3). Математичне сподівання наведених сигналів взято відповідно до порогових значень, обумовлених критерієм Неймана – Пірсона відповідно до заданих імовірностей хибної тривоги  $P_F = 10^{-3}$  і  $P_F = 10^{-6}$ . З графіків, наведених на рис. 3, видно, що зміщення за віссю абсцис величини вхідного відношення сигнал / шум суттєво залежить від часу накопичення вхідної суміші відповідно до співвідношення (4).

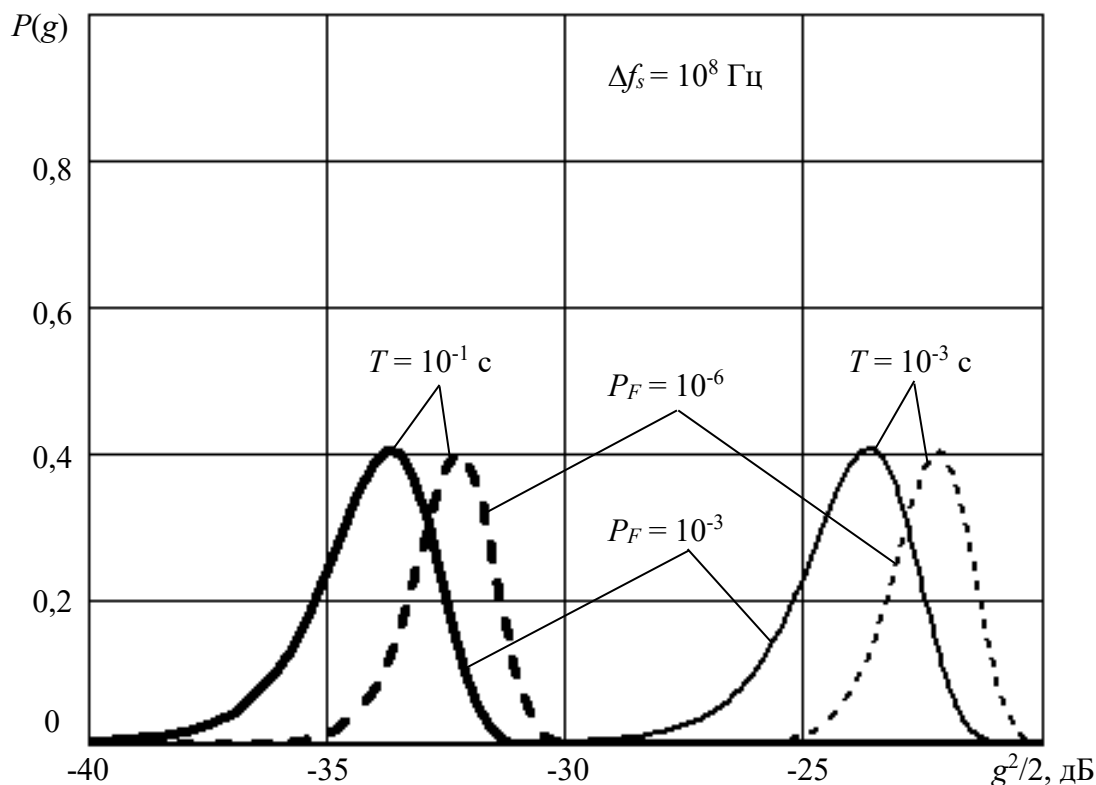


Рис. 3. Розподіл щільності ймовірності вхідної суміші сигналу та шуму

Отже, наведені криві розподілу щільності ймовірності вхідної суміші сигналу та шуму відповідають узагальненому закону Релея (Релея – Райса). Спостерігається зміщення кривих за віссю абсцис відповідно до заданих імовірностей хибної тривоги та часу накопичення (спостереження).

Отримавши криві розподілу щільності ймовірності вхідної суміші сигналу та шуму, можна розрахувати криві виявлення слабкого КФМ сигналу. Імовірність правильного виявлення визначається таким співвідношенням [3, 4]:

$$P_D = \int_{q_{trd}}^{\infty} s \cdot \exp\left(-\frac{q^2 + s^2}{2}\right) I_0(q \cdot s) ds, \quad (6)$$

де  $q_{trd}$  – умовний поріг виявлення за напругою.

Згідно зі співвідношенням (6), а також з урахуванням (4) і (5) проведено розрахунки характеристик виявлення, результати яких наведено на рис. 4. Вони свідчать, що виявлення КФМ сигналу на фоні білого шуму можливе в разі вхідного відношення сигнал / шум, меншого за одиницю. У розглянутому випадку (з урахуванням втрат за

некогерентної обробки) для забезпечення ймовірності правильного виявлення  $P_D = 0,9$  за  $\tau_{dl} = 1/\Delta f$  ( $\Delta f \approx \Delta f_s$ ), ймовірності хибної тривоги  $P_F = 10^{-3}$  і  $P_F = 10^{-6}$  (порогове відношення сигнал / шум  $q_{trd} = 3,717; 5,257$ ) і постійної часу інтегратора  $T = 10^{-3}$  с необхідно, щоб вихідне відношення сигнал / шум було не менше  $q = 4,88; 6,45$ , а вхідне відношення сигнал / шум  $g^2 = -22,6$  дБ і  $-21,4$  дБ відповідно (рис. 4). За  $T = 10^{-1}$  с для досягнення тих самих ймовірностей  $P_D$  і  $P_F$  необхідно, щоб вхідне відношення сигнал / шум було не менше  $g^2 = -32,6$  дБ і  $-31,4$  дБ відповідно.

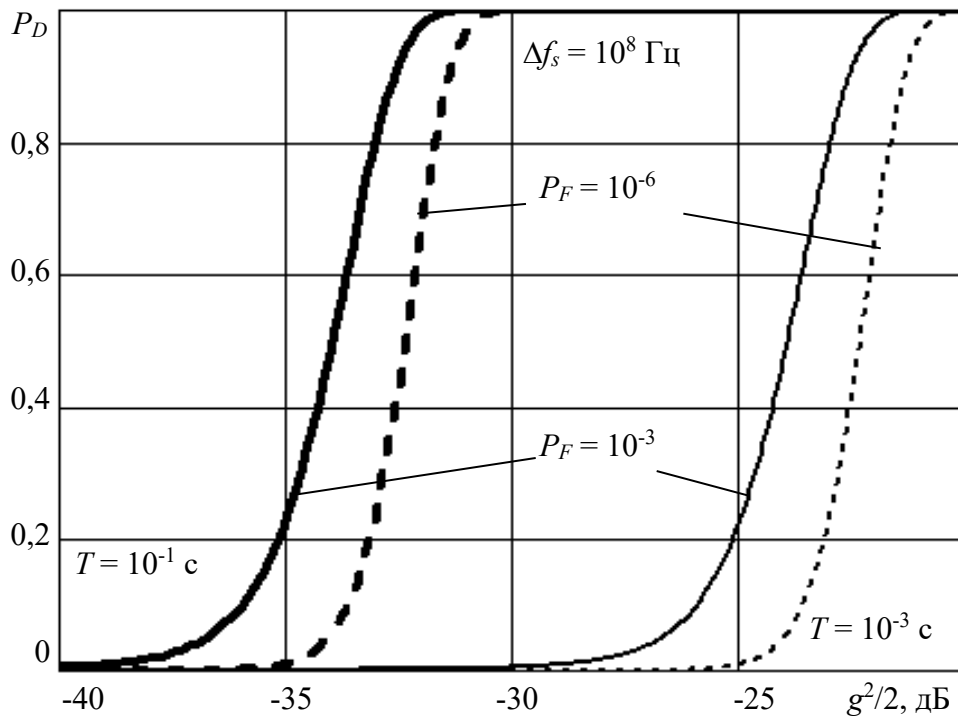


Рис. 4. Криві виявлення енергетично прихованого КФМ сигналу на фоні білого шуму

**Висновки.** У статті визначено статистичні характеристики адитивної суміші нормального шуму і набагато слабшого КФМ сигналу на виході радіоприймального пристрою, реалізованого на основі автокореляційного алгоритму з квадратурною обробкою.

Результати розрахунків свідчать, що виявлення КФМ сигналу на фоні білого шуму можливе в разі вхідного відношення сигнал / шум до  $-32$  дБ у реальному масштабі часу (до  $0,1$  с).

Провівши дослідження статистичних характеристик енергетично прихованого КФМ сигналу доцільно в подальшому здійснити обґрунтування (синтез) приймача моніторингу.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ковтун С. О. Результати аналізу відомих алгоритмів для обробки енергетично прихованих сигналів // Зб. наук. праць НДІ ГУР МО України. 2011. № 31. С. 100–114.
2. Ковальчук С. В., Стейскал А. Б. Методичний підхід до визначення статистичних характеристик кодофазоманіпульованих сигналів // Наукові проблеми розвитку і удосконалення функціонування системи воєнної розвідки України : Зб. тез доп. наук. конф. (29 травня 2014 р.). Київ, 2014. С. 71–72.

3. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. Москва : Радио и связь, 1983. 320 с.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. Москва : Сов. радио, 1966. 728 с.
5. Дятлов А. П., Кульбикаян Б. Х. Радиомониторинг излучений спутниковых радионавигационных систем. Москва : Радио и связь, 2006. 270 с.
6. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. 816 с.
7. Ефимова М. Р., Петрова Е. В., Румянцев В. Н. Общая теория статистики : учебник. Москва : ИНФРА-М, 2013. 416 с.

Подано 27.05.2019

**С. А. Ковтун, С. В. Ковальчук, П. П. Топольницкий**  
**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ СКРЫТОГО**  
**ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА**

*На выходе приемного тракта, реализованного на основе автокорреляционного алгоритма с квадратурной обработкой, закон распределения выходного эффекта отличается от нормального. При отсутствии сигнала на входе приемника распределение выходного эффекта соответствует закону Рэлея, а при наличии – Рэлея – Райса.*

*Рассмотрено распределение плотности вероятности на выходе некогерентного автокорреляционного приемника с квадратурной обработкой относительно входного уровня энергетически скрытого фазоманипулированного сигнала.*

*Для выявления полезного сигнала необходимо, чтобы на выходе приемника отношение сигнал/шум превышало значение порога обнаружения, обусловленного критерием Неймана-Пирсона, в соответствии с заданной вероятности ложной тревоги. Рассчитан уровень величины отношения сигнал/шум на выходе некогерентного автокорреляционного приемника с квадратурной обработкой. Характерной особенностью представленных графиков является линейная зависимость выходного отношения сигнал/шум относительно входного. Эта особенность наблюдается при входном отношении сигнал/шум меньше единицы.*

*Построены кривые распределения плотности вероятности входной смеси сигнала и шума, которые соответствуют обобщенному закону Рэлея (Рэлея – Райса). Наблюдается смещение кривых по оси абсцисс в соответствии с заданными вероятностями ложной тревоги и времени накопления (наблюдения). Из полученных графиков видно, что смещение по оси абсцисс величины входного отношения сигнал/шум существенно зависит от времени накопления входной смеси.*

*На основе распределения плотности вероятности получены кривые обнаружения энергетически скрытого фазоманипулированного сигнала некогерентным автокорреляционным приемником с квадратурной обработкой.*

*Результаты расчетов свидетельствуют, что выявление фазоманипулированного сигнала на фоне белого шума возможно при входном отношении сигнал/шум меньше единицы, то есть до -32 дБ в реальном масштабе времени (до 0,1 с).*

**Ключевые слова:** автокорреляционный алгоритм; аддитивная смесь; закон распределения; квадратурная обработка; кодофазоманипулированный сигнал; статистические характеристики; плотность вероятности.

**S. A. Kovtun, S. V. Kovalchuk, P. P. Topolnytsky**

**STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE ENERGY-CONCEALED PHASE-MANIPULATED SIGNAL**

*The law of distribution of the output effect differs from the normal one at the output of the receiving path realized on the basis of autocorrelation algorithm with quadrature processing. When there is no signal at the input of the receiver, the distribution of the output effect corresponds to Rayleigh's or Rayleigh – Rice's law in condition of its presence.*

*The probability density distribution at the output of an incoherent auto correlation receiver with quadrature processing is considered in relation to the input level of the energy-concealed phase-manipulated signal.*

*In order to detect a useful signal it is necessary that, at the output of the receiver, the signal / noise ratio exceeds the detection threshold determined by the Neumann – Pearson criterion according to the given probability of false alarm. The level of the signal-to-noise ratio at the output of an incoherent autocorrelation receiver with quadrature processing has been calculated. A characteristic feature of the presented graphs is the linear dependence of the output signal / noise ratio relative to the input signal. This feature is observed in the input signal / noise ratio which is less than one.*

*The curves for the distribution of the probability density of the input signal mix and noise corresponding to the generalized Rayleigh's law (Rayleigh-Rice) are constructed in the book. There is a shift of curves for the abscissa axis according to the given probabilities of false alarms and accumulation time (observation). It is evident from the given graphs that the offset of the abscissa of the input signal value / noise ratio significantly depends on the accumulation of the input mixture time.*

*The curves for detecting an energy-concealed phase-manipulated signal by a non-coherent autocorrelation receiver with quadrature processing on the basis of the probability density distribution are obtained.*

*The results of the calculations indicate that detection of a phase-manipulated signal on the background of "white" noise is possible in case of an input-to-noise ratio of less than one, that is, up to -32 dB in real time (up to 0.1 s).*

**Keywords:** *autocorrelation algorithm; additive mixture; distribution law; quadrature processing; code-phase-manipulated signal; statistical characteristics; density probability.*