

І. В. Пулеко, В. О. Чумакевич, І. М. Шестак, В. Л. Рикун, І. В. Свистунович

ФУНКЦІЯ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ЦІЛЕЙ ДЛЯ ПЛАНУВАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Основною проблемою видової повітряної розвідки є суперечність між розмірами площі огляду та розмірами елементарних об'єктів (цілей). Оскільки площа огляду дуже велика, розміри цілі малі, а миттєве поле зору бортової апаратури обмежене, то час на отримання даних досить значний і обсяги інформації, що підлягають обробленню, є дуже великими. Крім того, через технічні обмеження за часом перебування в повітрі та особливості апаратури видової розвідки один безпілотний літальний апарат не в змозі охопити всю площу за один виліт. Гостроту цієї проблеми можна частково зняти шляхом застосування групи безпілотних літальних апаратів, але як для одного, так і для групи постає завдання планування маршруту руху. Простий гребінчастий огляд зони розвідки є далеко не оптимальним, на практиці застосовують планування маршруту за точками із залученням апріорної інформації про найбільш імовірні місця розташування цілей. Однак цей спосіб досить незручний для автоматичного планування маршруту самим безпілотним літальним апаратом, оскільки точка на карті зазвичай не співвідноситься з висотою польоту, миттєвим полем зору бортової апаратури спостереження, масштабом та детальністю знімка. Для підвищення можливостей оптимізації автоматичного планування польоту запропоновано застосовувати функцію щільності розподілу цілей.

Функція щільності розподілу цілей – це двовимірний математичний опис умовної відносної ймовірності знаходження цілей у різних точках простору. Вона створюється і задається на основі апріорних даних про місцевість, попередніх спостережень або інтелектуальних оцінок, що відображають розподіл можливих цілей у певній області або для всієї зони розвідки. Функція щільності розподілу цілей дозволяє моделювати простір не як однорідний, а як область із різними ступенями важливості або ж ймовірностями знаходження цілей. Слід зауважити, що отримання математично обґрунтованих чи розрахованих за теорією ймовірності або математичної статистики двовимірних дискретних щільностей ймовірностей для випадково розміщених цілей фактично не можливе. Тому в статті функція щільності розподілу цілей розглядається як область із різними ступенями важливості огляду, що відображається умовними відносними ймовірностями, отриманими з різних джерел, зокрема й експертним оцінюванням.

Ключові слова: повітряна розвідка; безпілотний літальний апарат; щільність ймовірності; функція щільності розподілу цілей; зона розвідки; параметри знімка.

Постановка проблеми в загальному вигляді. Війна сьогодення – це битва новітніх технологій, штучного інтелекту та сучасного озброєння, що забезпечує підвищення ефективності вогневого ураження противника й живучість підрозділів Збройних Сил України та інших складових Сил оборони України [1]. Досвід ведення бойових дій

© І. В. Пулеко, В. О. Чумакевич, І. М. Шестак, В. Л. Рикун, І. В. Свистунович, 2024

у російсько-українській війні переконливо свідчить про актуалізацію проблеми групового застосування безпілотних літальних апаратів (БпЛА) для виконання багатьох військових завдань [2]. Особливо актуальною ця проблема постає для груп малих БпЛА, які вже можуть створюватися на основі наявного парку літальних апаратів.

Відомо [3–4], що основною проблемою видової повітряної розвідки є суперечність між розмірами площі огляду та розмірами елементарних об'єктів (цілей). Оскільки площа огляду дуже велика, розміри цілі малі, а миттєве поле зору бортової апаратури обмежене, то час на отримання даних досить значний і обсяги інформації, що підлягають обробленню, є дуже великими. Крім того, через технічні обмеження за часом перебування в повітрі та особливості апаратури видової розвідки один БпЛА не в змозі охопити всю площу за один виліт. Гостроту цієї проблеми можна частково зняти шляхом застосування групи БпЛА, але як для одного, так і для групи постає завдання планування маршруту руху. Простий гребінчастий огляд зони розвідки є далеко не оптимальним, і на практиці застосовують планування маршруту за точками із залученням апріорної інформації про найбільш імовірні місця розташування цілей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оскільки тема планування застосування БпЛА є дуже популярною, то останнім часом їй присвячено достатньо велику кількість публікацій [5–12]. У найбільш загальному вигляді огляди підходів та класифікації методів планування здійснено в [5–6].

Стохастичні евристичні алгоритми розглянуто в роботі [7], наведено їх характеристики, напрями вдосконалення, застосування, переваги та недоліки, однак інші види алгоритмів для формування маршрутів руху БпЛА не обговорювалися.

У роботі [8] алгоритми планування маршруту руху групи БпЛА розділено на п'ять видів: оптимізаційні; планування на основі теорії графів; евристичні; ройового інтелекту; нейронно-мережеві.

У статті [9] розглянуто алгоритми ройового інтелекту з таких позицій, як: побудова алгоритмів уникнення зіткнень; розподіл завдань; планування маршруту за точками.

Методологічні аспекти формування інтелектуальної складової агентної системи рою БпЛА розглянуті в [10–11].

Досить цікавий метод планування маршруту ведення повітряної розвідки динамічних об'єктів із використанням БпЛА подано в [12].

Аналіз джерел показує, що, незважаючи на досить велику кількість запропонованих методів планування, більшість із них не враховують особливостей ведення військової повітряної розвідки й дорозвідки, рельєфу місцевості та здебільшого орієнтовані на оптимізацію польотів за точками. У той же час для планування пошуку цілей застосовують гребінчастий, розширювальний чи вільний способи пошуку, однак вони досить незручні для автоматичного планування маршруту самим БпЛА, оскільки точка на карті зазвичай не співвідноситься з висотою польоту, миттєвим полем зору бортової апаратури спостереження, масштабом та детальністю знімка. Для підвищення можливостей оптимізації автоматичного планування польоту пропонуємо застосовувати функцію щільності розподілу цілей (ФЩРЦ).

Формулювання завдання дослідження. Метою цієї статті є введення та формалізація поняття ФЦРЦ у зоні розвідки.

ФЦРЦ – це двовимірна математична модель, яка описує умовну відносну ймовірність знаходження цілей у різних точках простору. Вона створюється та задається на основі даних про місцевість, попередніх спостережень або інтелектуальних оцінок, що відображають розподіл можливих цілей у певній області або для всієї зони розвідки. ФЦРЦ дозволяє моделювати простір не як однорідний, а як область із різними ступенями важливості або ж імовірностями знаходження цілей. Слід зазначити, що отримання математично обґрунтованих чи розрахованих за теорією ймовірності або математичної статистики двовимірних дискретних щільностей імовірностей для випадково розміщених цілей фактично не можливе. Тому в статті ФЦРЦ розглядається як область із різними ступенями важливості огляду, що відображається умовними відносними ймовірностями, отриманими з різних джерел, зокрема й експертним оцінюванням.

Виклад основного матеріалу. Під час ведення бойових дій як наші підрозділи, так і підрозділи противника мають керуватися бойовими статутами щодо свого розміщення та порядку дій [3, 13]. Це призводить до нерівномірного розподілу особового складу, озброєння та техніки на місцевості. Наприклад, на рис. 1. показано типову схему розміщення роти в обороні.

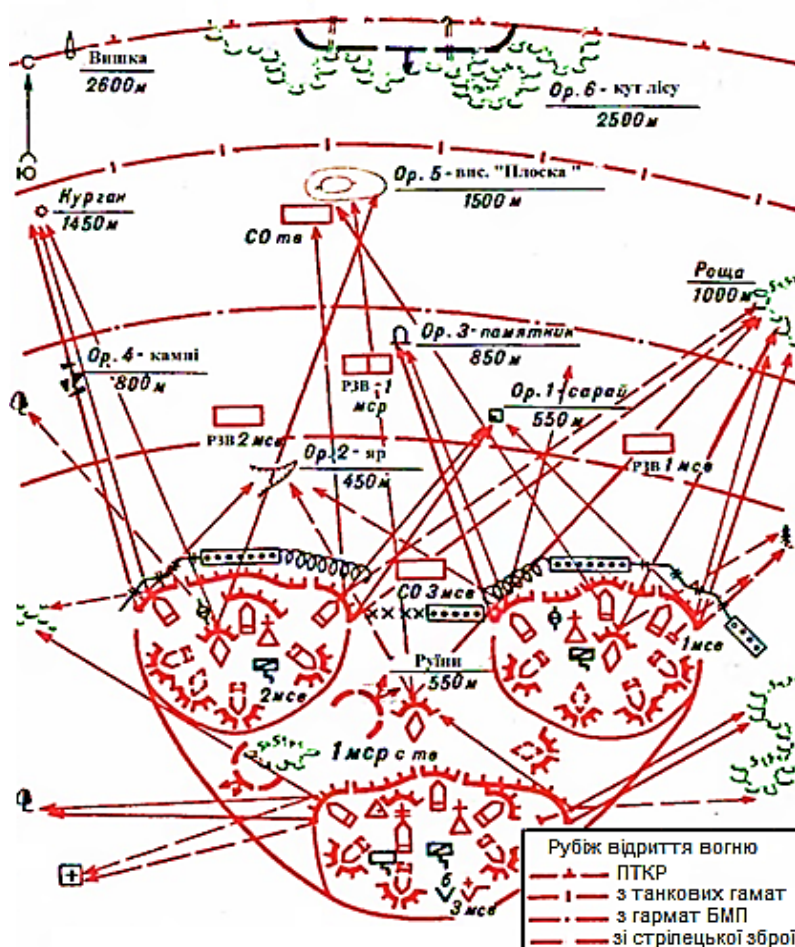


Рис. 1. Приклад типової схеми розміщення роти в обороні

Якщо за цілі розвідки визначити важке озброєння та військову техніку, то, позначаючи кожну ціль окремою крапкою, можна отримати схему, подібну до наведеної на рис. 2.

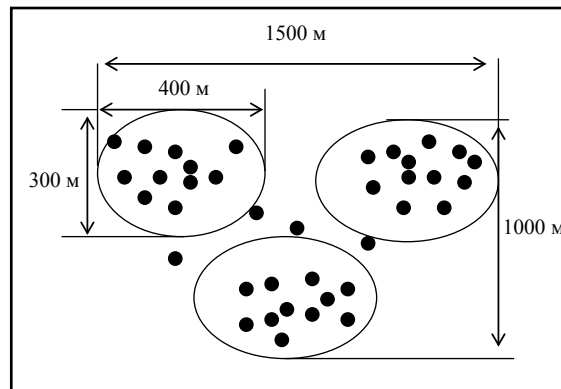


Рис. 2. Умовна схема розміщення цілей на площі розвідки

Як бачимо із рис. 2 у ході побудови бойових порядків на площі цілі розміщуються нерівномірно. Крім того, завжди є якась достовірна чи не зовсім достовірна апріорна інформація (наприклад, від інших видів розвідок) щодо можливих районів розміщення чи зосередження ворога. Якщо описати цю нерівномірність розміщення якоюсь математичною функцією, то така модель дозволить більш якісно планувати маршрути БпЛА та організувати їх взаємодію в разі групового чи ройового польоту.

Введемо двовимірну функцію, яка описує ймовірність того, що ціль знаходиться в певній точці простору з координатами (x, y) на площині зони дій БпЛА. У загальному вигляді позначимо її як $f(x, y)$:

$$f(x, y) \geq 0 \forall (x, y);$$

$$\int_A f(x, y) dx dy = 1,$$
(1)

де A – область простору (ділянка земної поверхні), над якою виконується місія.

З погляду математики до побудови такої функції можливі як мінімум чотири підходи: аналітичний, емпіричний, імітаційного моделювання та кластеризації.

Якщо розподіл цілей має певні відомі закономірності або його можна змоделювати математично, то використовують аналітичні моделі. Прикладом може бути гаусівський розподіл цілей у зоні операції:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right)\right),$$
(2)

де μ_x, μ_y – середні координати цілей у зоні операції;

σ_x, σ_y – стандартні відхилення для координат x та y .

Однак цей метод підходить лише для випадків, коли розподіл цілей можна описати як гаусівське “згущення” навколо певної точки, чого в реальних ситуаціях майже ніколи не буває.

Якщо є хронологічні дані про попередні завдання або спостереження за рухом цілей, то можна використовувати їх для побудови функції щільності за допомогою емпіричного методу. У математичній статистиці для цього застосовують, наприклад, ядерне (ядрове, ядро) оцінювання щільності (Kernel Density Estimation – KDE) або двовимірні гістограми. KDE – це один із підходів до оцінювання щільності розподілу точок, що дозволяє згладити розподіл цілей на основі емпіричних даних. Функція щільності для кожної точки (x_i, y_i) з набору спостережень N може бути оцінена за допомогою такої формули:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{Nh_x h_y} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - x_i}{h_x}\right) K\left(\frac{y - y_i}{h_y}\right), \quad (3)$$

де $\hat{f}(x, y)$ – оцінена функція щільності;

N – кількість точок спостережень;

$K(\cdot)$ – функція ядра, найчастіше використовують гаусівську функцію ядра:

$$K(u) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right);$$

h_x, h_y – параметри згладжування (ширина вікна) за осями x та y ;

(x_i, y_i) – координати цілей.

Параметри згладжування h_x, h_y визначають, наскільки широко розташовані ядерні функції навколо кожної точки. Якщо вибрати занадто мале значення h_x, h_y , то щільність буде “рваною”, а якщо занадто велике, – то занадто згладженою.

Цей підхід корисний, якщо є достатньо даних про розподіл цілей у минулому.

За умови розробки потужного програмного забезпечення чи моделюючого середовища та наявності достатнього часу можна застосовувати методи імітаційного моделювання. Якщо місцеположення цілі динамічно змінюється або ж залежить від часу, то можна використовувати методи Монте-Карло чи агентного моделювання для симуляції ймовірних траєкторій руху цілей і побудови функції щільності.

Оскільки задача побудови ФЦРЦ полягає в групуванні точок на основі відстані між ними, то можна об’єднувати їх у кластери за ознакою близькості. Алгоритми кластеризації (K-means, DBSCAN) або ієрархічна кластеризація добре підходять для таких задач.

Останні два підходи є дуже перспективними і передбачають застосування методів штучного інтелекту, але їх розвиток стримує відсутність спеціалізованого програмного забезпечення та відповідних наборів даних для навчання. Тому в основу цього дослідження покладені методи другого напрямку.

Припустимо, що є набір точок із координатами (x_i, y_i) , де $i=1, 2, \dots, N$, що визначають відомі чи передбачувані цілі. Ці координати є положенням точок у двовимірному просторі. При цьому можна скористатися, наприклад, прямокутною системою координат.

Перед тим, як оцінювати щільність, потрібно визначити область (x, y) для оцінювання щільності, тобто розробити свою сітку координат, на якій буде оцінюватися функція щільності (рис. 3).

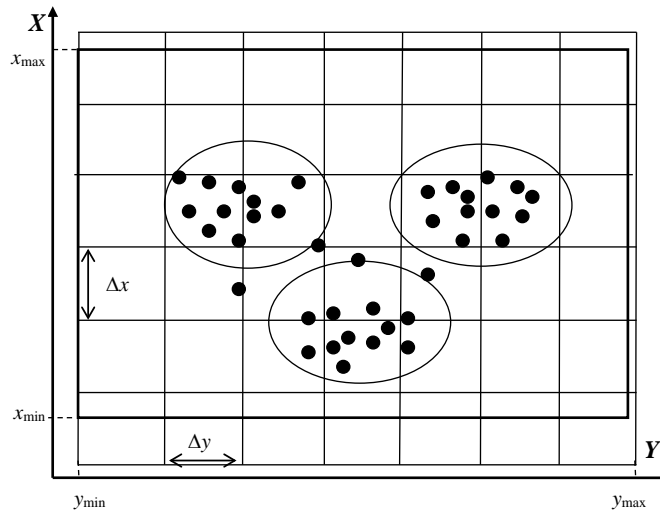


Рис. 3. Умовна схема накладання сітки на площу розвідки

Можна створити сітку точок (X, Y) , де

$$X = [x_{min}, x_{max}], Y = [y_{min}, y_{max}].$$

Це означає, що ми знаходимо мінімальні та максимальні значення по осях координат x та y для всієї області, де визначені дані.

Далі необхідно провести дискретизацію та визначити крок сітки Δx і Δy для кожної з координат.

З погляду математики дискретизація двовимірної функції – це заміна безперервного в просторі (x, y) значення функції $F(x, y)$ послідовністю дискретних значень $F(i, j)$.

Найбільш зручним і природним способом дискретизації є подання функції у вигляді вибірок їхніх значень (відліків) в окремих, регулярно розташованих точках $(x = i \Delta x, y = j \Delta y)$. Послідовність точок $(x = i \Delta x, y = j \Delta y)$, у яких беруться відліки, і буде створювати сітку. Математично це описують як згортку певного сигналу з деякою двовимірною функцією $A_D(u, v)$:

$$F(i, j) \approx \iint I(i \Delta x - u, j \Delta y - v) A_D(u, v) du dv, \quad (4)$$

Функцію $A_D(u, v)$ називають *апертурою дискретизації*.

Набір одержаних значень $F(i, j)$ складає дискретне подання сигналу.

Вибір кроку сітки дискретизації ФЦРЦ є задачею досить суперечливою. З одного боку, вибір малого кроку дискретизації може призвести до появи небажаних провалів у ФЦРЦ та збільшення необхідної кількості дій у ході планування. З іншого боку, занадто великий крок дискретизації призведе до появи значної похибки апроксимації та

нівелювання сенсу самої функції. Тому пропонуємо крок дискретизації ФЦРЦ прив'язати до площі місцевості, що фіксується одним кадром, та безпечних висот польоту БпЛА.

Введемо обмеження, допущення та позначення.

Помилки утримання літака на маршруті такі:

утримання БпЛА на запроєктованій висоті – ± 15 м;

поперечне зміщення від осі маршруту – ± 10 м;

зміна кута крену БпЛА на маршруті між двома знімками – 10° ;

зміна кута тангажа БпЛА на маршруті між двома знімками – 6° .

Параметри знімальної системи (рис. 4):

фокусна відстань оптичної системи – f ;

висота фотографування – H ;

довжина половини діагоналі матриці – L (для 35 мм кадру вона становить 21,6 мм);

довжина половини діагоналі знімка на місцевості – D .

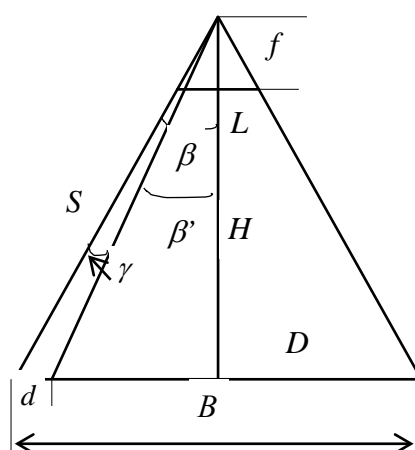


Рис. 4. Геометричні співвідношення проєкції пікселя на місцевість

Відповідно до рис. 4 максимально допустима висота аерофотознімання для забезпечення заданого просторового розрізнення обчислюється за формулою

$$H_{max} = S \cos \beta, \quad (5)$$

де

$$S = \frac{d \cos(\gamma - \beta)}{\sin \gamma}. \quad (6)$$

Тут розрахунок роздільної здатності знімка проводиться для пікселів найбільш віддалених від центра кадру, де вона найгірша.

З урахуванням похибки барометричного датчика висоту польоту H_p можна визначити як

$$H_p = H_{max} - 20 \text{ (м)}. \quad (7)$$

Для розрахованої висоти половина ширини захвату місцевості камерою, з урахуванням прийнятих помилок, обчислюється за формулою

$$D = (H_p - 15) \operatorname{tg}(\beta - 6) - 10 \text{ (м)}, \quad (8)$$

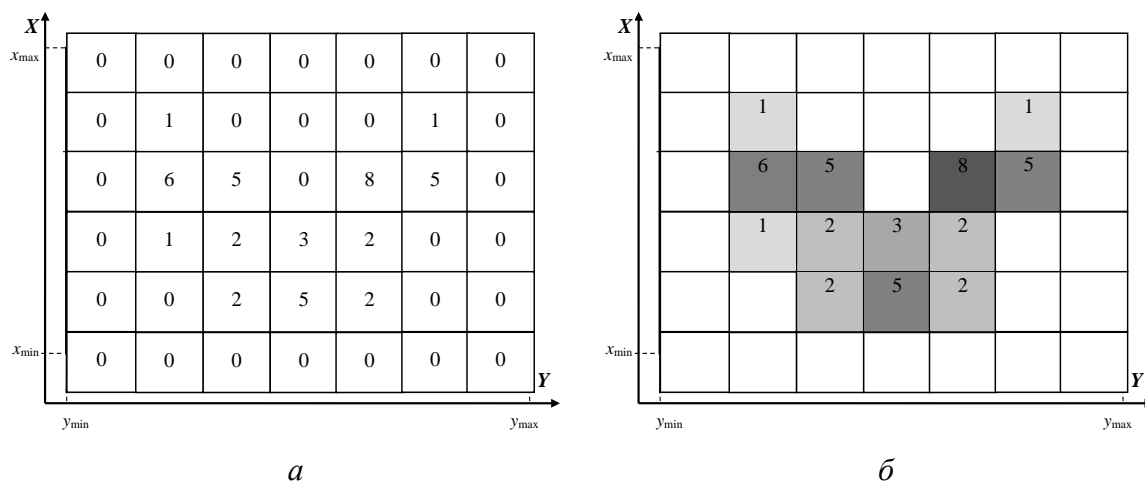
Відповідно, ширина захвату місцевості камерою буде становити

$$B = 2 \cdot K_y \cdot D, \quad (9)$$

де K_y – коефіцієнт, що враховує похибку наведення, $K_y = 0,9$. Для планування маршрутів, за необхідності, цим же коефіцієнтом можна враховувати й 30% поперечного перекриття знімків.

Отже, отримана формула (9) дозволяє розрахувати крок дискретизації ФЦРЦ.

Далі в кожному квадраті підраховується кількість апріорних цілей, які туди потрапили, та формується матриця числових значень (рис. 5а).



a

б

Рис. 5. Види подання ФЦРЦ

Для наочності ФЦРЦ можна нормувати та відобразити у відтінках сірого, насиченість якого тим вища, чим більша кількість цілей потрапила в квадрат сітки (рис. 5б).

У випадках, коли апріорно відомо про велику кількість цілей, однак достовірність даних сумнівна, то, відобразивши їх у прямокутних координатах, доцільно скористатися методом згладжування KDE за формулою (3), а вже потім накладати сітку та визначати середнє значення в межах квадрата.

Наведемо приклад програми для побудови двовимірної KDE за допомогою бібліотек Python, таких як: `scipy`, `sklearn` або `seaborn`.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import gaussian_kde

# Дані про цілі
x = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6]) # Координати x точок
y = np.array([2, 3, 4, 5, 6, 7]) # Координати y точок
```



```

# Об'єднуємо дані в один масив
data = np.vstack([x, y])

# Створюємо KDE
kde = gaussian_kde(data)

# Визначаємо сітку для оцінювання щільності
xgrid = np.linspace(min(x), max(x), 100)
ygrid = np.linspace(min(y), max(y), 100)
X, Y = np.meshgrid(xgrid, ygrid)
positions = np.vstack([X.ravel(), Y.ravel()])

# Оцінюємо функцію щільності
Z = np.reshape(kde(positions).T, X.shape)

# Побудова графіка
plt.imshow(np.rot90(Z), extent=[x.min(), x.max(), y.min(), y.max()],
           cmap=plt.cm.gist_earth_r)
plt.colorbar()
plt.scatter(x, y, c='red') # Відображаємо положення цілей
plt.title('Двовимірна функція щільності розподілу цілей')
plt.show()

```

У результаті виконання програми отримаємо графік (рис. 6), що показує оцінену щільність імовірності для двовимірного розподілу цілей у просторі. Цілі позначені точками. Точки з вищою щільністю будуть мати більш інтенсивний колір, що вказує на більшу ймовірність присутності об'єктів у цих місцях.

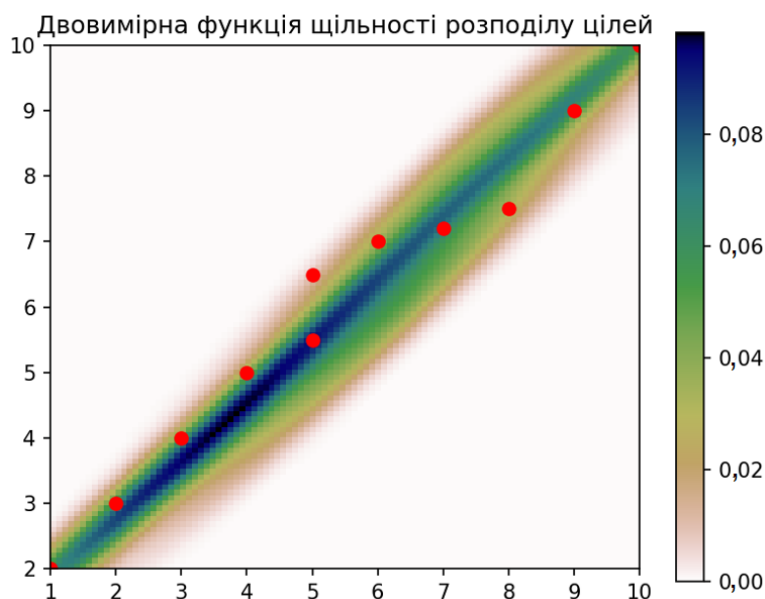


Рис. 6. Приклад KDE оцінювання ФЦРЦ

У випадках, коли апріорної інформації про цілі мало або відомо лише про поодинокі цілі, то ФЦРЦ стає дуже розрідженою. У такому разі пропонуємо підхід на основі експертного оцінювання району за квадратами, до якого залучаються найбільш досвідчені командири та начальники підрозділів розвідок, які на підставі вивчення місцевості, противника та власного досвіду визначають найбільш імовірні райони розміщення ворога та розподіляють їх пріоритетність.

Цілком природно і зрозуміло, що, оскільки противник може динамічно переміщувати цілі, то і ФЩРЦ повинна адаптуватися до нових умов та залежати від часу. Так, у процесі виконання місії БпЛА можуть отримувати нові дані про розташування цілей (наприклад, від бортових сенсорів або від інших дронів, чи з інших джерел). На основі цих даних ФЩРЦ може бути оновлена, що дозволить оперативно коригувати траєкторії БпЛА для ефективнішого виконання місії.

Висновки. Розроблена двовимірна ФЩРЦ дозволяє моделювати простір не як однорідний, а як область із різними ступенями важливості або ж імовірностями знаходження цілей. Розрахунок ФЩРЦ дозволяє оптимізувати планування місій БпЛА, зокрема визначати найбільш імовірні місця знаходження цілей, обирати оптимальні траєкторії для розвідки або ударів і зменшувати час на виконання завдань. Для побудови такої функції можуть використовуватися як емпіричні дані, так і математичні моделі.

Накладання ФЩРЦ на польотну карту дозволить створити так звану карту пріоритетності окремих ділянок місцевості для автоматичного планування місій БпЛА.

СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ

1. ОП 3-0(46). Застосування безпілотних систем у Силах оборони України : Доктрина. Київ : ЦУБС ГШ ЗС України, 2023. 56 с.
2. Коршець О., Горбенко В. Уроки застосування безпілотних літальних апаратів у російсько-українській війні // Повітряна міць України. 2023. № 1 (4). С. 9–17. <https://doi.org/10.33099/2786-7714-2023-1-4-9-17>
3. Олексенко О. О., Авраменко О. В., Федоров А. В. Застосування безпілотних літальних апаратів збройними силами російської федерації у війні проти України // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. 2022. № 4 (49). С. 23–28.
4. Ребрін Ю. К. Оптико-електронне розвідувальне обладнання літальних апаратів. Київ : КВВАІУ, 1988. 450 с.
5. Чумак О. О., Дудко М. В., Дмитрієв О. М. Онтологія методів планування маршрутів руху безпілотних літальних апаратів // Випробування та сертифікація. № 1 (3). 2024. С. 69–77. <https://doi.org/10.37701/ts.03.2024.10>
6. Кучеренко О. І., Вакалюк Т. А. Класифікація методів та алгоритмів побудови маршрутів БпЛА // Вчені записки ТНУ ім. В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки. 2024. Т. 35 (74), № 3. С. 111–116. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.3.1/18>
7. Stochastic Heuristic Algorithms for Multi-UAV Cooperative Path Planning / Zhao C., Liu Y., Yu L., Li W. // In Proceedings of the 2021 40th Chinese Control Conference (CCC). Shanghai, China. July 26–28, 2021. P. 7677–7682. <https://doi.org/10.23919/ccc52363.2021.9549984>
8. Sun W., Hao M. A Survey of Cooperative Path Planning for Multiple UAVs // In Proceedings of the International Conference on Autonomous Unmanned Systems. Shanghai, China. July 26–28, 2021. P. 189–196. https://doi.org/10.1007/978-981-16-9492-9_20
9. Tang J., Duan H., Lao S. Swarm Intelligence Algorithms for Multiple Unmanned Aerial Vehicles Collaboration: A Comprehensive Review // Artif. Intell. Rev. 2022. P. 1–33. <https://doi.org/10.1007/s10462-022-10281-7>

10. Методологія формування інтелектуальної складової агентної системи рою безпілотних літальних апаратів : Монографія / О. К. Погудіна, Д. М. Крицький, А. М. Биков та ін. Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харк. авіац. ін-т», 2021. 219 с.
11. Бережний А. О. Методи та інформаційна технологія автоматизованого планування маршрутів польотів безпілотних літальних апаратів для підвищення ефективності пошуку об'єктів : Дис. на здобуття наук. ступеня канд. тех. наук за спец. 05.13.06 – Інформаційні технології. Харків : Харківський нац. ун-т Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Черкаси : Черкаський держ. технологіч. ун-т, 2020. 192 с.
12. Метод планування маршруту ведення повітряної розвідки динамічних об'єктів з використанням безпілотних літальних апаратів в лісостеповій місцевості / О. І. Тимочко, А. В. Тристан, О. Є. Чернавіна, А. О. Бережний // Системи обробки інформації. 2020. № 3 (162). С. 95–110. <https://doi.org/10.30748/soi.2020.162.10>
13. Обґрунтування загальних вимог до оперативно-тактичних та тактичних безпілотних авіаційних комплексів / Ю. Г. Даник, І. В. Пулеко, О. В. Соловйов, П. В. Поздняков // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. Житомир : ЖВІ ДУТ, 2013. Вип. 7. С. 21–31.
14. Пулеко І. В. Інформаційна технологія навігації малого безпілотного літального апарата за оптичним полем Землі в умовах пропадання сигналів супутникових радіонавігаційних систем // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. Житомир : ЖВІ, 2018. Вип. 15. С. 118–129.
15. Weglarczyk S. Kernel Density Estimation and its Application // ITM Web of Conferences. 2018. 23, 00037. P. 1–8. <https://doi.org/10.1051/itmconf/20182300037>

Стаття надійшла до редакції 12.11.2024.

REFERENCES

1. *OP 3-0(46). Zastosuvannia bezpilotnykh system u Sylakh oborony Ukrainy: Doktryna [Application of Unmanned Systems in the Defense Forces of Ukraine: Doctrine].* (2023). Kyiv [in Ukrainian].
2. Korshets, O., & Horbenko, V. (2023). Uroky zastosuvannia bezpilotnykh litalnykh aparativ u rosiisko-ukrainskii viini [Lessons in the Use of Unmanned Aerial Vehicles in the russian-Ukrainian war]. *Povitriana mits Ukrainy [Air Power of Ukraine], 1* (4), 9–17. <https://doi.org/10.33099/2786-7714-2023-1-4-9-17> [in Ukrainian].
3. Oleksenko, O. O., Avramenko, O. V., & Fedorov, A. V. (2022). Zastosuvannia bezpilotnykh litalnykh aparativ zbroinyu sylamy rosiiskoi federatsii u viini proty Ukrainy [Application of Unmanned Aerial Vehicles by the Armed Forces of the russian federation in the war against Ukraine]. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl Zbroinykh Syl Ukrainy [Science and Technology of the Air Forces of the Armed Forces of Ukraine.], 4* (49), 23–28 [in Ukrainian].
4. Rebrin, Yu. K. (1988). *Optyko-elektronne rozviduvalne obladdannia litalnykh aparativ [Optical-Electronic Reconnaissance Equipment of Aircraft].* Kyiv [in Ukrainian].
5. Chumak, O. O., Dudko, M. V., & Dmitriiev, O. M. (2024). Ontolohiia metodiv planuvannia marshrutiv rukhu bezpilotnykh litalnykh aparativ [Ontology of Methods of Planning Routes of

Unmanned Aerial Vehicles]. *Vyprobuvannia ta sertyfikatsiia [Testing and Certification]*, 1 (3), 69–77 [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.37701/ts.03.2024.10>

6. Kucherenko, O. I., & Vakaliuk, T. A. (2024). Klasyfikatsiia metodiv ta alhorytmiv pobudovy marshrutiv BpLA [Classification of UAV Route Construction Methods and Algorithms]. *Vcheni zapysky TNU im. V. I. Vernadskoho. Serii: Tekhnichni nauky [Academic Notes of TNU named after V. I. Vernadskyi. Series: Technical Sciences.]*, Vol. 35 (74), № 3, 111–116. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.3.1/18> [in Ukrainian].

7. Zhao, C., Liu, Y., Yu, L., & Li, W. (2021). Stochastic Heuristic Algorithms for Multi-UAV Cooperative Path Planning. In *Proceedings of the 2021 40th Chinese Control Conference (CCC)*. Shanghai, China. July 26–28, 2021. (pp. 7677–7682). <https://doi.org/10.23919/cc52363.2021.9549984>

8. Sun, W., & Hao, M. (2021). A Survey of Cooperative Path Planning for Multiple UAVs. In *Proceedings of the International Conference on Autonomous Unmanned Systems*. Shanghai, China. July 26–28, 2021. (pp. 189–196). https://doi.org/10.1007/978-981-16-9492-9_20

9. Tang, J., Duan, H., & Lao, S. (2022). Swarm Intelligence Algorithms for Multiple Unmanned Aerial Vehicles Collaboration: A Comprehensive Review. *Artif. Intell. Rev.*, 1–33. <https://doi.org/10.1007/s10462-022-10281-7>

10. Pohudina, O. K., Krytskyi, D. M., & Bykov, A. M. et al. (2021). *Metodolohiia formuvannia intelektualnoi skladovoi ahentnoi systemy roiu bezpilotnykh litalnykh aparativ : Monohrafiia [Methodology for Forming the Intellectual Component of the Agent System of a Swarm of Unmanned Aerial Vehicles: Monograph]*. Kharkiv [in Ukrainian].

11. Berezhnyi, A. O. (2020). *Metody ta informatsiina tekhnolohiia avtomatyzovanoho planuvannia marshrutiv polotiv bezpilotnykh litalnykh aparativ dlia pidvyshchennia efektyvnosti poshuku ob'ektiv: Dys. na zdobuttia nauk. stupenia kand. tekhn. nauk za spets. 05.13.06 – Informatsiini tekhnolohii [Methods and Information Technology of Automated Planning of Flight Routes of Unmanned Aerial Vehicles to Increase the Efficiency of Object Search: PhD Dissertation in specialty 05.13.06 – Information Technologies]*. Kharkiv, Cherkasy [in Ukrainian].

12. Tymochko, O. I., Tristan, A. V., Chernavina, O. E., & Berezhny, A. O. (2020). Metod planuvannia marshrutu vedennia povitrianoi rozvidky dynamichnykh ob'ektiv z vykorystanniam bezpilotnykh litalnykh aparativ v lisostepovii mistsevosti [The Method of Planning the Route of Conducting Aerial Reconnaissance of Dynamic Objects Using Unmanned Aerial Vehicles in the Forest-Steppe Area]. *Systemy obrobky informatsii [Information Processing Systems]*, 3 (162), 95–110. <https://doi.org/10.30748/soi.2020.162.10> [in Ukrainian].

13. Danyk, Yu. G., Puleko, I. V., Solovyov, O. V., Pozdnyakov, P. V. (2013). Obgruntuvannia zahalnykh vymoh do operativno-taktynykh ta taktychnykh bezpilotnykh aviatsiinykh kompleksiv [Justification of General Requirements for Operational-Tactical and Tactical Unmanned Aircraft Complexes]. *Problemy stvorennia, vyprobuvannia, zastosuvannia ta ekspluatatsii skladnykh informatsiinykh system: zb.nauk. prats [Problems of Construction, Testing, Application and Operation of Complex Information Systems. Scientific journal of Korolov Zhytomyr Military Institute]*, 7, 21–31. Zhytomyr [in Ukrainian].

14. Puleko, I. V. (2018). Informatsiina tekhnolohiia navihatsii maloho bezpilotnoho litalnoho aparata za optychnym polem Zemli v umovakh propadannia syhnaliv suputnykovykh

radionavhatsiinykh system [Information Technology of Navigation of a Small Unmanned Aerial Vehicle in the Optical Field of the Earth in Conditions of Loss of Signals of Satellite Radio Navigation Systems]. *Problemy stvorennia, vyprobuvannia, zastosuvannia ta ekspluatatsii skladnykh informatsiinykh system : zb. nauk. prats* [Problems of Construction, Testing, Application and Operation of Complex Information Systems. Scientific journal of Korolov Zhytomyr Military Institute], 15, 118–129. Zhytomyr [in Ukrainian].

15. Weglarczyk, S. (2018). Kernel Density Estimation and its Application. In *ITM Web of Conferences*, 23, 00037. (pp. 1–8). <https://doi.org/10.1051/itmconf/20182300037>

I. V. Puleko, V. O. Chumakevych, I. M. Shestak, V. L. Rykun, I. V. Svystunovych
TARGET DENSITY FUNCTION FOR UAV PLANNING

The main problem of special aerial reconnaissance is the contradiction between the dimensions of the survey area and the dimensions of elementary objects (targets). Since the viewing area is very large, the size of the target is small, and the instantaneous field of view of the on-board equipment is limited, the time for obtaining data is quite significant and the amount of information to be processed is very large. Also, due to technical limitations on the time spent in the air and the limitations of the reconnaissance equipment, one UAV is not able to cover the entire area in one flight. The severity of this problem can be partially removed by using a group of UAVs. but both for one person and for a group, the task of planning the route of movement arises. A simple comb survey of the reconnaissance zone is far from optimal, and in practice route planning is used by points with the involvement of a priori information about the most likely locations of targets. However, this method is rather inconvenient for the automatic route planning of the UAV itself, since the point on the map usually does not correlate with the flight height, the instantaneous field of view of the on-board surveillance equipment, the scale and detail of the picture. In order to increase the optimization possibilities of automatic flight planning, it is suggested to use the target distribution density function (TDF).

The density function of the target distribution is a two-dimensional mathematical model that describes the conditional relative probability of finding targets at different points in space. It is created and set on the basis of a priori data about the terrain, previous observations or intellectual assessments, reflecting the distribution of possible targets in a certain area or for the entire reconnaissance area. TDF allows to model the space not as homogeneous, but as an area with different degrees of importance or probabilities of finding targets. It should be noted that obtaining mathematically justified or calculated by the theory of probability or mathematical statistics, two-dimensional discrete probability densities for randomly placed targets is actually impossible. Therefore, here the TDF is considered as an area with different degrees of review importance, which is reflected by conditional relative probabilities obtained from various sources, including expert evaluation.

Keywords: *aerial reconnaissance; unmanned aerial vehicles; probability density; density function of target distribution; reconnaissance zone; picture parameters.*