

С. Г. Трутнєв

АНАЛІЗ ІМОВІРНИХ ВИТОКІВ ПОМИЛОК В ОБЧИСЛЕННІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ БОЙОВИХ ДІЙ У КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

На сьогодні є безліч ситуацій, коли практично провести науковий дослід або відтворити певні обставини для прийняття виваженого рішення є неможливим чи потребує значних фінансових витрат. У такому разі завжди приходять на допомогу комп'ютерні системи імітаційного моделювання, які вже тривалий час використовуються для прийняття рішень, що впливають на людські життя, планування бойових дій, напрямки розвитку видів Збройних Сил та галузей промисловості й навіть перспективи державотворення. Але фахівці у відповідних сферах, ґрунтуючись на підсумках комп'ютерних розрахунків із поданням чисел у двійковому коді з плаваючою комою, не враховують особливостей точності цих розрахунків із двійковими числами та впливу двійкової арифметики на результати імітаційного моделювання. Як правило, математичні результати комп'ютерних розрахунків прийнято вважати достовірними, хоча вони можуть містити похибку, яка залежить від апаратного забезпечення електронно-обчислювальної машини, а саме від розрядності шини процесора. Це зумовлено технічним стандартом IEEE 754 для арифметики з плаваючою комою.

У статті проаналізовано математичні моделі, які використовуються в системах імітаційного моделювання бойових дій, та підходи до їх розв'язання. Проведено деталізацію подання бінарних чисел із плаваючою комою в комп'ютерних системах різної розрядності та визначено можливі витoki помилок у разі подання чисел у двійковому коді, а також проведено математичні розрахунки. Такий підхід дозволяє враховувати можливі межі похибок на етапі введення даних у комп'ютерні системи для обчислення та безпосередньо в ході проведення математичних розрахунків в електронно-обчислювальних системах.

Ключові слова: подання чисел із плаваючою комою; математична модель; система моделювання бойових дій; архітектура комп'ютера; помилки моделювання; помилки округлення; діапазон точності чисел; стандарт IEEE 754.

Постановка проблеми в загальному вигляді щодо витoku помилок у системах імітаційного моделювання бойових дій полягає в такому.

Незважаючи на бурхливий розвиток систем імітаційного моделювання бойових дій (СІМБД) та їх широке застосування для підготовки військ [1], питання забезпечення їх надійності та достовірності результатів моделювання залишається відкритим.

Сучасні методи верифікації та валідації СІМБД не в повній мірі вирішують проблеми, пов'язані із суб'єктивністю експертних оцінок, неповнотою вихідних даних та складністю порівняння з реальними даними.

Отже, актуальною науковою проблемою є розроблення нових підходів до визначення помилок у системах імітаційного моделювання, які дозволять зменшити або врахувати похибку результатів моделювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких висвітлено проблеми виявлення та виправлення помилок у СІМБД, показує, що це питання залишається актуальним.

У роботі [2] досліджено традиційні підходи до верифікації та валідації СІМБД за допомогою оцінювання роботи моделі через числові експерименти, налаштування її параметрів на основі реальних даних для забезпечення точності моделювання, документування всіх процесів верифікації та валідації для зберігання прозорості й відслідковуваності.

Автори [3] спрямовують свою увагу на здійснення моніторингу та аналізу стохастичних випробувань. Результатом цього дослідження є порівняння отриманих результатів моделювання з реальною моделлю. Як джерело виток похибок розглядається некоректний опис імітаційної моделі за допомогою програмного коду.

У [4] запропоновано підхід до впровадження технологій 3D цифрової симуляції для підвищення точності моделювання, покращення візуалізації, ідентифікації проблеми на ранніх етапах та зниження людського фактора. Ідентифікація й усунення помилок зводиться до виявлення візуальних аномалій під час тестування та виправлення програмного коду програмістом. У цілому впровадження 3D цифрових технологій симуляції дозволяє зробити процес виявлення й усунення помилок у системах імітаційного моделювання більш ефективним і точним. Це покращує якість систем, знижує витрати на виправлення помилок та підвищує надійність кінцевих продуктів.

У дисертаційній роботі [5] розглядаються протоколи та стандарти для симуляції й ко-симуляції, які застосовуються в складних морських операціях. Основні аспекти дослідження включають розробку протоколів (створення та впровадження протоколів, які забезпечують ефективну взаємодію між різними симуляційними системами), стандартизацію (визначення стандартів, які дозволяють уніфікувати процеси ко-симуляції, що є критично важливим для забезпечення сумісності різних систем). Основними джерелами виток помилок автор визначає складність опису й реалізації розробленої моделі та технічні обмеження обчислювальних ресурсів.

У статті [6] запропоновано використовувати методи тестування програмного забезпечення, зокрема White Box та Black Box. White Box Testing підходить для ситуацій, коли необхідно перевірити внутрішню логіку та структуру коду. Black Box Testing дозволяє сфокусуватися на функціональних вимогах і спрощує процес тестування, не потребуючи знань коду.

Слід зазначити, що найефективніший підхід до тестування програмного забезпечення включає використання обох методів у комбінації для забезпечення повного покриття тестами та виявлення якомога більшої кількості потенційних проблем. Це дозволяє поєднувати глибоку внутрішню перевірку коду з перевіркою функціональної відповідності вимогам, частково автоматизувати процес тестування СІМБД та підвищити його ефективність. Проте потрібні значні обчислювальні ресурси, а для складних систем усе одно непросто забезпечити повне тестове покриття.

Деякі дослідники [7, 8] пропонують використовувати методи машинного навчання для автоматизованого виявлення аномалій та помилок у даних, отриманих у результаті моделювання. Ці підходи є перспективними, проте потребують подальшого вивчення.

Використання згаданих підходів лише допомагає розробникам переконатися, що системи імітаційного моделювання є точними, надійними й відповідними реальним умовам, проте не дозволяють виявляти шляхи витоку похибок, особливо в складних системах моделювання.

Отже, на цей час немає універсальних методів гарантованого виявлення всіх можливих помилок у СІМБД, тому потрібні подальші дослідження в цьому напрямку.

Формулювання завдання дослідження. На основі проведеного аналізу останніх досліджень бачимо, що основна тенденція щодо зменшення помилок у системах імітаційного моделювання спрямована на розробку методики верифікації [2, 3], а саме:

відповідності розробленої моделі поставленій меті та завданням дослідження. Перевіряється, чи дозволяє вона вирішувати необхідні практичні завдання;

коректності реалізації використаних математичних методів та алгоритмів. Виключаються можливі логічні та обчислювальні помилки;

адекватності зроблених спрощень і припущень. Оцінюється їх вплив на результати моделювання;

точності та стійкості обчислювальних методів. Перевіряється відсутність значних похибок моделювання.

Згадані підходи визначення помилок базуються на поєднанні традиційних шляхів (експертні оцінки, порівняння з реальними даними) та сучасних методів тестування програмного забезпечення й машинного навчання для автоматизації процесів верифікації та валідації без урахування точності розрахунків бінарних чисел із плаваючою комою в комп'ютерних системах імітаційного моделювання.

Отже, завдання цієї наукової роботи полягає в огляді та розв'язанні математичних моделей, які використовуються в СІМБД, а також визначенні можливих меж похибок результатів обчислення для подання чисел у комп'ютерних системах у двійковому коді із плаваючою комою.

Виклад основного матеріалу. Математичні моделі, які використовують у системах імітаційного моделювання бойових дій, можна умовно розділити на кілька категорій. Розглянемо їх детальніше.

1. Моделі поведінки окремих об'єктів (юнітів).

Ланчестерські моделі [9] – це сімейство диференціальних рівнянь, які описують динаміку бойових дій між двома ворожими сторонами.

Одне з найпростіших рівнянь Ланчестера має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -ay; \\ \frac{dy}{dt} &= -bx, \end{aligned} \tag{1}$$

де x, y – чисельність військ обох сторін відповідно;

a, b – коефіцієнти ефективності ураження військ противника.

Розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{aligned} x(t) &= \left(x(0) - y(0) \left(\frac{b}{a} \right) \right) \exp(-abt) + y(0) \left(\frac{b}{a} \right); \\ y(t) &= \left(y(0) - x(0) \left(\frac{a}{b} \right) \right) \exp(-abt) + x(0) \left(\frac{a}{b} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

де $x(0), y(0)$ – початкові чисельності військ.

Аналіз цього розв'язку дозволяє оцінити динаміку втрат і визначити переможця бою.

Моделі руху окремих підрозділів [10]. Однією з поширених моделей руху окремих підрозділів є модель на основі системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \times \cos a; \\ \frac{dy}{dt} &= v \times \sin a; \\ \frac{da}{dt} &= u, \end{aligned} \quad (3)$$

де x, y – координати поточного положення підрозділу;

a – курс підрозділу;

v – швидкість руху;

u – кутова швидкість повороту.

Розв'язок цієї системи має такий вигляд:

$$\begin{aligned} x(t) &= x(0) + \int v(\tau) \times \cos a(\tau) d\tau; \\ y(t) &= y(0) + \int v(\tau) \times \sin a(\tau) d\tau; \\ a(t) &= a(0) + \int u(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (4)$$

За допомогою цієї моделі можна визначити траєкторію руху підрозділу залежно від його маневрів.

Моделі вогневого ураження [11]. Одна з найпростіших моделей вогневого ураження має вигляд рівняння:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N, \quad (5)$$

де N – чисельність цілей (живої сили);

λ – інтенсивність вогню (імовірність ураження однієї цілі за одиницю часу).

Розв'язок цього рівняння:

$$N(t) = N(0)\exp(-\lambda t), \quad (6)$$

де $N(0)$ – початкова чисельність цілей.

Ця модель дозволяє розрахувати залишкову чисельність цілей після вогневого впливу. Її можна використовувати для моделювання ефективності артилерійських обстрілів, авіаударів тощо.

2. Моделі бойового середовища.

Моделі місцевості, рельєфу, погодних умов [10]. Однією з поширених моделей рельєфу місцевості є модель у вигляді випадкового поля:

$$h(x, y) = h_0(x, y) + \sigma \xi(x, y), \quad (7)$$

де $h(x, y)$ – висота рельєфу в точці з координатами (x, y) ;

$h_0(x, y)$ – детермінована складова рельєфу;

$\xi(x, y)$ – випадкове поле (шум);

σ – інтенсивність флуктуацій рельєфу.

Формального розв'язку це рівняння не має. Його використовують для статистичного моделювання рельєфу з урахуванням випадкових варіацій.

Схожі стохастичні моделі можна побудувати і для інших характеристик місцевості: температури, опадів, вітру тощо.

Моделі електромагнітної, акустичної обстановки [12]. Розглянемо приклад математичної моделі для аналізу електромагнітної обстановки.

Рівняння Максвелла для електромагнітного поля в середовищі має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= -\frac{\mu \partial H}{\partial t}; \\ \nabla \times H &= -\frac{\varepsilon \partial E}{\partial t}, \end{aligned} \quad (8)$$

де E – напруженість електричного поля;

H – напруженість магнітного поля;

μ – магнітна проникність;

ε – діелектрична проникність.

Припустимо, що джерелом електромагнітного випромінювання є диполь із моментом p . Тоді розв'язок цих рівнянь для компонент електричного поля матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} E_x &= \left(\frac{kp2x}{r^3} \right) \exp(j\omega t); \\ E_y &= \left(\frac{kp2y}{r^3} \right) \exp(j\omega t), \end{aligned} \quad (9)$$

де $k = \frac{1}{\varepsilon\mu}$ – хвильове число;

ω – циклічна частота.

Отже, модель дозволяє розрахувати просторовий розподіл та частотні характеристики електромагнітного поля.

3. Моделі командного управління.

Теоретико-ігрові моделі прийняття рішень [13]. Однією з теоретико-ігрових моделей для систем імітаційного моделювання бойових дій є диференціальна гра переслідування – ухилення:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= v_1(t); \\ \frac{dx_2}{dt} &= v_2(t),\end{aligned}\tag{10}$$

де x_1 – позиція першого гравця (переслідувача);

x_2 – позиція другого гравця (того, хто ухиляється).

Швидкості гравців v_1 та v_2 є керованими змінними. Кожен із них намагається максимізувати / мінімізувати цільовий функціонал:

$$J = \varphi(x_1(T), x_2(T)) + \int [L_1(x_1, v_1) + L_2(x_2, v_2)] dt.\tag{11}$$

Розв'язок полягає в знаходженні оптимальних швидкостей $v_1(t)$, $v_2(t)$, що задовольняють рівняння Гамільтона – Якобі – Беллмана.

Моделі інформаційного обміну [14]. Однією з моделей інформаційного обміну для імітаційного моделювання бойових дій є модель з випадковими затримками

$$\tau = \tau_0 + \xi,\tag{12}$$

де τ – затримка доставки повідомлення;

τ_0 – мінімальна затримка;

ξ – випадкова складова затримки.

Припустимо, що ξ підпорядкована показовому розподілу з параметром λ :

$$f(\xi) = \lambda e^{-\lambda\xi}, \xi \geq 0.\tag{13}$$

Тоді математичне сподівання та дисперсія затримки дорівнюють:

$$\begin{aligned}M[\tau] &= \tau_0 + \frac{1}{\lambda}; \\ D[\tau] &= \frac{1}{\lambda^2}.\end{aligned}\tag{14}$$

Отже, модель дозволяє врахувати випадкові коливання затримки передачі даних у ході моделювання інформаційного обміну.

4. Комплексні (агреговані) моделі бойових дій для оцінювання ефективності застосування угруповань військ, озброєння тощо [11].

Однією з відомих агрегованих моделей є *модель Ланчестера*, яка описує динаміку втрат двох протиборчих сторін диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -ay; \\ \frac{dy}{dt} &= -bx,\end{aligned}\tag{15}$$

де x, y – кількість одиниць техніки або особового складу першої та другої сторони відповідно;

a, b – коефіцієнти ефективності ураження.

Розв'язок цієї системи має такий вигляд:

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{x(0) - y(0)}{\frac{b}{a}} \times \exp(-at) + \frac{y(0)}{\frac{b}{a}}; \\ y(t) &= \frac{y(0) - x(0)}{\frac{a}{b}} \times \exp(-bt) + \frac{x(0)}{\frac{a}{b}}.\end{aligned}\tag{16}$$

Модель дозволяє аналізувати співвідношення сил і засобів та прогнозувати результат протистояння.

Отже, є широкий спектр математичних моделей, які в тій чи іншій мірі використовуються в СІМБД. Проте розв'язок таких моделей у більшості випадків описано дробовими числами, що в разі обчислення на ЕОМ буде подано двійковим кодом числа з плаваючою комою.

Числа з плаваючою комою в комп'ютерних системах подані за допомогою стандарту IEEE 754, який є найбільш використовуваним для арифметики з плаваючою комою. Стандарт визначає кілька форматів для різних рівнів точності [15]. Розглянемо їх.

Одинарна точність (single precision) – це стандартний формат подання чисел із плаваючою комою з точністю 32 біти в комп'ютерних системах.

Формат одинарної точності:

- 1) 1 біт знака (0 – додатне, 1 – від'ємне число);
- 2) 8 біт експоненти;
- 3) 23 біти мантиси.

Експонента відповідає порядку числа і показує ступінь числа 2, у який піднесена мантиса.

Мантиса містить значущі цифри числа у форматі з фіксованою комою.

Отже, число з одинарною точністю має такий вигляд:

$$(-1)^{\text{знак}} \times (1 + \text{мантиса}) \times 2^{(\text{експонента} - 127)}.$$

Завдяки цьому формату можна подати числа в діапазоні близько від $\pm 1,18 \times 10^{-38}$ до $\pm 3,4 \times 10^{38}$ з точністю до 7 знаків.

За допомогою формату одинарної точності (32 біти) неможливо точно подати такі числові значення:

дуже великі числа, що перевищують діапазон близько $\pm 3,4 \times 10^{38}$, оскільки в разі спроби подати їх відбувається переповнення і результатом буде "+∞" або "-∞";

дуже малі числа, менші за $\pm 1,18 \times 10^{-38}$, оскільки вони будуть просто округлені до нуля;

числа, які неможливо точно подати обмеженою кількістю двійкових цифр. Наприклад, число 0,1 буде подано наближено, оскільки у двійковій системі воно має нескінченну періодичну дробову частину;

деякі раціональні числа, такі як 1/10, 1/3 тощо, оскільки вони також можуть мати нескінченну періодичну дробову частину у двійковому поданні.

Отже, формат 32 біт накладає певні обмеження на числовий діапазон і точність. Для більш точного подання великих або малих чисел потрібно використовувати формат подвійної точності (64 біти).

Формат подвійної точності (double precision) – це 64-бітне подання чисел із плаваючою комою, яке забезпечує більший числовий діапазон і точність, ніж 32-бітний формат одинарної точності.

Структура 64-бітного формату подвійної точності:

- 1) 1 біт знака;
- 2) 11 біт експоненти;
- 3) 52 біти мантиси.

Подання числа аналогічне одинарній точності:

$$(-1)^{\text{знак}} \times (1 + \text{мантиса}) \times 2^{(\text{експонента} - 1023)}.$$

Основні характеристики подвійної точності:

більший діапазон значень – від $\pm 2,23 \times 10^{-308}$ до $\pm 1,80 \times 10^{308}$;

більша точність – близько 15–17 значущих цифр;

11 біт експоненти замість 8 дозволяють краще подати надвеликі та надмалі числа.

Подвійна точність дозволяє точніше подавати дійсні числа, зменшує похибки округлення та краще працює в наукових й інженерних розрахунках. Проте вона займає більше пам'яті і потребує складніших обчислень.

Формат подвійної точності (64 біти) має суттєво більший числовий діапазон і точність, ніж формат одинарної точності (32 біти). Однак є певні обмеження, через які деякі числові значення неможливо точно подати:

дуже великі та дуже малі числа за межами діапазону від $\pm 2,23 \times 10^{-308}$ до $\pm 1,80 \times 10^{308}$, оскільки в разі їх подання відбувається переповнення або вони округляються до нуля;

числа, які мають більше 15–17 значущих цифр, оскільки після цієї кількості починається втрата точності через недостатню кількість біт у мантисі;

іраціональні числа, такі як π , $\sqrt{2}$ тощо, матимуть наближене значення, оскільки мають нескінченну кількість десяткових знаків;

раціональні числа, які мають нескінченну періодичну дробову частину у двійковому поданні ($1/3$, $1/10$ тощо), також будуть наближеними.

Отже, головне обмеження – скінченна точність 64 бітів. Через це завжди будуть числа, які не можливо подати абсолютно точно.

Розширені формати з плаваючою комою, які забезпечують ще більшу точність, ніж подвійна:

1) 80-бітний формат:

використовується в деяких спеціалізованих процесорах;

1 біт знака, 15 бітів експоненти, 64 біти мантиси;

майже удвічі більша точність.

2) 128-бітний формат (квадруплетна точність):

теоретично дозволяє до 34 значущих десяткових цифр;

підтримується деякими мовами програмування і бібліотеками;

1 біт знака, 15 бітів експоненти, 112 бітів мантиси;

дуже висока точність обчислень, але повільніша обробка.

Ці формати використовують там, де потрібна надзвичайно висока точність: у наукових розрахунках; для оброблення зображень; у фінансовій математиці. Проте вони займають більше пам'яті та потребують спеціальної підтримки процесором [16].

128-бітний формат з плаваючою комою (квадруплетна точність) має дуже великий числовий діапазон, здатний точно подавати числа з 34 десятковими знаками. Проте все одно є певні обмеження:

числа за межами діапазону від $\pm 3.6 \times 10^{-4932}$ до $\pm 1.2 \times 10^{4932}$, оскільки в разі їх подання відбудеться переповнення або округлення до нуля чи $\pm \infty$;

для чисел з більш ніж 34 значущими десятковими цифрами почнеться втрата точності через обмежену кількість бітів у мантисі (112 бітів);

деякі іраціональні числа все одно матимуть усічене значення (наприклад π , $\sqrt{2}$ тощо), оскільки мають нескінченну кількість десяткових знаків;

раціональні числа з нескінченною періодичною дробовою частиною у двійковому поданні.

Отже, 128-бітний формат може з високою точністю подавати більшість практичних чисел, але теоретично завжди будуть значення за його межами точності.

Із викладеного вище можна зробити висновок, що основними причинами виникнення похибки в обчисленнях математичних моделей із числами з плаваючою комою є:

помилки округлення (через скінченну точність подання проміжні та кінцеві результати округлюються, що накопичує похибку);

втрата значущих цифр (якщо число має більше значущих цифр, ніж дозволяє формат, то відбувається відсікання цифр молодшого розряду);

переповнення / підповнення (якщо результат виходить за межі діапазону подання, то відбувається переповнення до $\pm\infty$ або округлення до нуля);

нестійкість (помилки округлення можуть накопичуватися та призводити до різких відхилень результату).

Опис рішень

Виходячи із зазначеного вище, ми не можемо вважати результат обчислення математичних моделей систем імітаційного моделювання бойових дій як дійсний, але можемо підвищити точність обчислень із числами з плаваючою комою в такі способи [17, 18]:

1) використовувати формат із більшою точністю: подвійну замість одинарної, розширені формати (80-бітний або 128-бітний замість подвійної);

2) уникати операцій, що накопичують похибки (додавання / віднімання замість множення / ділення), використовувати компенсоване сумування;

3) збільшувати кількість значущих цифр у проміжних обчисленнях, округлюючи результат лише вкінці;

4) використовувати алгоритми з підвищеною стійкістю та зниженням похибок округлення;

5) для дуже великих чисел застосовувати строкове подання або подання у вигляді масивів.

Висновки. У статті розглянуто математичні моделі та підходи до їх рішення, які використовуються в комп'ютерних системах імітаційного моделювання. Ці математичні моделі описані у вигляді рівнянь або системи диференціальних рівнянь, що в процесі їх подання в бінарному коді та машинному розрахунку приводить до використання чисел із плаваючою комою. Відповідно до технічного стандарту IEEE 754 щодо апаратних особливостей комп'ютерної системи імітації бойових дій можливо припустити розмір похибки математичних розрахунків у разі заокруглення чисел або уникнути помилки ділення на 0 у ході обрахунку надмалих чисел, поданих у двійковому коді із плаваючою комою.

Результати дослідження в подальшому будуть використовуватися для створення підходів до зменшення похибок у СІМБД та розроблення методики підрахунку сумарної похибки моделювання.

СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ

1. Шинкарук О., Михайлишин О. Окремі аспекти застосування імітаційного моделювання у підготовці складових сектору безпеки і оборони України // Зб. наук. праць Нац. академії Держ. прикордон. служби України. 2019. № 80 (2). С. 227–241 <https://doi.org/10.32453/3.v80i2.201>
2. Data Modeling Versus Simulation Modeling in the Big Data era: Case Study of a Greenhouse Control System / Kim B., Kang B., Choi S., Rim T. // SAGE Publications. 2017. № 93 (7). P. 579–594. <https://doi.org/10.1177%2F0037549717692866>
3. Blake J. Uncertainty and Error in Combat Modeling, Simulation, and Analysis : Dissertation for Philosophiae Doctor 19.12.2019. USA. 2019. 152 p. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/trecms/pdf/AD1089578.pdf> (last accessed: 01.09.2024).
4. Research on Application Method of 3D Digital Simulation Technology in Spacecraft Assembly / Zhang B., Wang Q., Wang X., Liang Y. // Lecture Notes in Electrical Engineering Signal and Information Processing, Networking and Computers. 2019. № 550. P. 400-409. https://doi.org/10.1007/978-981-13-7123-3_47

5. Hatledal L. Protocols and Standard for Simulation Co-Simulation – For Demanding Maritime Operations : Dissertation for Philosophiae Doctor 03.2021/ Trondheim, 2021. 144 p. URL: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2755142>
6. Nidhra S., Dondeti J. Black Box and White Box Testing Techniques : a literature review // International Journal of Embedded Systems and Applications (IJESA). 2012. № 2 (2). P. 29–50. <http://dx.doi.org/10.5121/ijesa.2012.2204>
7. Exploring the Epidemiological Impact of Universal Access to Rapid Tuberculosis Diagnosis Using Agent-Based Simulation / Kasaie P., Sohn H., Kendall E. et al. // Winter Simulation Conference (WSC) 2017. P. 1097–1108. <https://doi.org/10.1109/WSC.2017.8247858>
8. A Compact Dual-Band Impedance Matching Network Based on All-Pass Coupled Lines / Banerjee D., Saxena A., Hashmi M. et al. // IEEE 61st International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS). 2019. P. 937–939. <https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2018.8623957>
9. Ковтун В. Математичні моделі війни на основі рівняння Ланчестера : випускна кваліфікаційна робота бакалавра. Спец. 113 Прикладна математика. Київ, 2023. 55 с. URL: <https://ir.library.knu.ua/handle/123456789/5757> (дата звернення: 10.10.2024).
10. Tolk A. Engineering Principles of Combat Modeling and Distributed Simulation : Monograph. New Jersey, 2012. 944 p. <https://doi.org/10.1002/9781118180310.fmatter>
11. Mikayilov T., Bayramov A. Principles of Using the Mathematical Models of Combat Activities and Means of Destructions During Operational Preparation of the Troops // Сучасні інформаційні системи. 2020. № 4 (1). С. 24–27. <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2020.1.04>
12. Kress M. Lanchester Models for Irregular Warfare // Mathematics. 2020. № 8 (5). P. 737–752. <https://doi.org/10.3390/math8050737>
13. Fisac J., Sastry S. The Pursuit-Evasion-Defense Differential Game in Dynamic Constrained Environments // IEEE 54th Annual Conference on Decision and Control (CDC). 2015. P. 4549–4556. <https://doi.org/10.1109/cdc.2015.7402930>
14. Chandler D. Introduction to Modern Statistical Mechanics : Monograph. University of California, Berkley, 1987. 286 p. URL: <https://de.scribd.com/document/438766762/David-Chandler-Introduction-to-modern-statistical-mechanics-Oxford-University-Press-1987-pdf> (last accessed: 01.10.2024).
15. Jackson D. Classical Electrodynamics : Monograph. 3rd ed. Published by Wiley-VCH, 1998. 833 p. URL: <https://ru.scribd.com/doc/48520397/Jackson-Classical-Electrodynamics-3rd-edition> (last accessed: 20.08.2024).
16. Basar T., Olsder G. Dynamic Noncooperative Game Theory : Monograph. Published by Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. 519 p. URL: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971132> (last accessed: 29.09.2024).
17. Kleinrock L. Queueing Systems. Volume 2: Computer Applications : Monograph. Published by Wiley-Interscience, New York, 1976. 549 p. <https://doi.org/10.1002/net.3230070308>
18. Bracken M. Lanchester Models of the Ardennes Campaign // Naval Research Logistics. 1995. № 42 (4). P. 559–577. [https://doi.org/10.1002/1520-6750\(199506\)42:4<559::AID-NAV3220420405>3.0.CO;2-R](https://doi.org/10.1002/1520-6750(199506)42:4<559::AID-NAV3220420405>3.0.CO;2-R)

Стаття надійшла до редакції 10.11.2024.

REFERENCES

1. Shynkaruk, O., & Mykhailyshyn, O. (2019). Okremi aspekty zastosuvannya imitatsiinoho modeliuvannya u pidhotovtsi skladovykh sektoru bezpeky i oborony Ukrainy [Some Aspects of Simulation Modeling Usage in the Training of the Components in the Security and Defense Sector of Ukraine]. *Zb. nauk. prats Nats. akademii Derzh. prykordon. sluzhby Ukrainy [Collection of Scientific Works of the National Academy of the State Border Service of Ukraine]*, 80 (2), 227–241 <https://doi.org/10.32453/3.v80i2.201> [in Ukrainian].
2. Kim, B., Kang, B., Choi, S., & Rim, T. (2017). Data Modeling Versus Simulation Modeling in the Big Data era: Case Study of a Greenhouse Control System *SAGE Publications*, 93 (7), 579–594. <https://doi.org/10.1177%2F0037549717692866>
3. Blake, J. (2019). *Uncertainty and Error in Combat Modeling, Simulation, and Analysis: Dissertation for Philosophiae Doctor*. USA. Retrieved from <https://apps.dtic.mil/sti/trecms/pdf/AD1089578.pdf>
4. Zhang, B., Wang, Q., Wang, X., & Liang, Y. (2019). Research on Application Method of 3D Digital Simulation Technology in Spacecraft Assembly. *Lecture Notes in Electrical Engineering Signal and Information Processing, Networking and Computers*, 550, 400-409. https://doi.org/10.1007/978-981-13-7123-3_47
5. Hatledal, L. (2021). *Protocols and Standard for Simulation Co-Simulation – For Demanding Maritime Operations: Dissertation for Philosophiae Doctor 03.2021*. Trondheim. Retrieved from <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2755142>
6. Nidhra, S., & Dondeti, J. (2012). Black Box and White Box Testing Techniques: a literature review. *International Journal of Embedded Systems and Applications (IJESA)*, 2 (2), 29–50. <http://dx.doi.org/10.5121/ijesa.2012.2204>
7. Kasaie, P., Sohn, H., & Kendall, E. et al. (2017). Exploring the Epidemiological Impact of Universal Access to Rapid Tuberculosis Diagnosis Using Agent-Based Simulation. *Winter Simulation Conference (WSC)*, 1097–1108. <https://doi.org/10.1109/WSC.2017.8247858>
8. Banerjee, D., Saxena, A., & Hashmi, M. et al. (2019). A Compact Dual-Band Impedance Matching Network Based on All-Pass Coupled Lines. In *IEEE 61st International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, 937–939. <https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2018.8623957>
9. Kovtun, V. (2023). Matematychni modeli viiny na osnovi rivniannia Lanchestera: vypuskna kvalifikatsiina robota bakalavra. Spets. 113 Prykladna matematyka [Mathematical Models of War Based on the Lanchester Equation: Bachelor's Final Qualifying Work. Specialization 113 Applied Mathematics.]. Kyiv. Retrieved from <https://ir.library.knu.ua/handle/123456789/5757> [in Ukrainian].
10. Tolk, A. (2012). *Engineering Principles of Combat Modeling and Distributed Simulation: Monograph*. New Jersey. <https://doi.org/10.1002/9781118180310.fmatter>
11. Mikayilov, T., & Bayramov, A. (2020). Principles of Using the Mathematical Models of Combat Activities and Means of Destructions During Operational Preparation of the Troops. *Suchasni informatsiini systemy [Modern Information Systems]*, 4 (1), 24–27. <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2020.1.04>
12. Kress, M. (2020). Lanchester Models for Irregular Warfare. *Mathematics*, 8 (5), 737–752. <https://doi.org/10.3390/math8050737>

13. Fisac, J., & Sastry, S. (2015). The Pursuit-Evasion-Defense Differential Game in Dynamic Constrained Environments. In *IEEE 54th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*. (pp. 4549–4556). <https://doi.org/10.1109/cdc.2015.7402930>
14. Chandler, D. (1987). *Introduction to Modern Statistical Mechanics: Monograph*. University of California, Berkley. Retrieved from <https://de.scribd.com/document/438766762/David-Chandler-Introduction-to-modern-statistical-mechanics-Oxford-University-Press-1987-pdf>
15. Jackson, D. (1998). *Classical Electrodynamics: Monograph*. 3rded. Published by Wiley-VCH. Retrieved from <https://ru.scribd.com/doc/48520397/Jackson-Classical-Electrodynamics-3rd-edition>.
16. Basar, T., & Olsder, G. (1999). *Dynamic Noncooperative Game Theory: Monograph*. Published by Society for Industrial and Applied Mathematics. Retrieved from <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971132>
17. Kleinrock, L. (1976). *Queueing Systems. Vol. 2: Computer Applications: Monograph*. Published by Wiley-Interscience, New York. <https://doi.org/10.1002/net.3230070308>
18. Bracken, M. (1995). Lanchester Models of the Ardennes Campaign. *Naval Research Logistics*, 42 (4), 559–577. [https://doi.org/10.1002/1520-6750\(199506\)42:4<559::AID-NAV3220420405>3.0.CO;2-R](https://doi.org/10.1002/1520-6750(199506)42:4<559::AID-NAV3220420405>3.0.CO;2-R)

S. H. Trutniev

SOURCES OF ERRORS WHEN CALCULATING MATHEMATICAL MODELS OF COMBAT ACTIONS IN COMPUTER SIMULATION SYSTEMS

Currently, there are many situations when practically conducting a scientific experiment or recreating this or that situation in order to make an informed decision is impossible or requires significant financial costs. In such cases, computer simulation systems always come to the rescue, which have been used for a long time to make decisions affecting human lives, planning military operations, directions for the development of the types of the Armed Forces and industries, and even the prospects of state formation. But specialists in the relevant fields, based on the results of computer calculations with the representation of numbers in binary floating-point code, do not take into account the peculiarities of the accuracy of calculations in a computer with binary numbers and the influence of binary arithmetic on the results of simulation modeling. As a rule, the mathematical results of computer calculations are considered to be reliable, although they may contain an error that depends on the hardware of the electronic computing machine, namely on the bit rate of the processor bus. This is due to the IEEE 754 technical standard for floating-point arithmetic.

In the article, the authors analyzed the mathematical models used in combat simulation systems and approaches to their solution. The representation of binary floating-point numbers in computer systems of different bit sizes has been detailed, and possible sources of errors when numbers are represented in binary code have been determined, as well as mathematical calculations. This approach allows you to take into account possible error limits at the stage of entering data into computer systems for calculation, as well as directly when performing mathematical calculations in electronic computing systems.

Keywords: *floating-point representation; mathematical model; combat simulation system; computer architecture; modeling errors; rounding errors; precision range of numbers; IEEE 754 standard.*