

Н. П. Ісмаїлова, Т. М. Могилянecь

## АЛГОРИТМІЧНІ ФОРМУВАННЯ СПРЯЖЕНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧОЇ СИСТЕМИ В РАЗІ ПРОЄКТУВАННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ПАР

У сучасних системах автоматичного проєктування складних виробів військової техніки все більш широко застосовують алгоритмічні побудови спряжених моделей криволінійних поверхонь на основі комп'ютерних технологій, що виключають інтерференцію. Це дає потужний поштовх для розвитку формування спряжених поверхонь і стимулює пошуки нових шляхів удосконалення технологічних процесів виготовлення деталей на верстатах з інформаційно-керуючою системою. Зокрема, це стосується технологічних операцій на верстатах з числовим програмним управлінням. Одним із головних напрямків моделювання кінематичних пар слід вважати вивчення та конструювання форм поверхонь у тісному взаємозв'язку з тими умовами роботи конструкцій в озброєнні та військовій техніці, у яких планується їх використовувати. Форми складних криволінійних поверхонь впливають на надійність і довговічність роботи механізмів в озброєнні та військовій техніці, тому вимагають ретельніше враховувати зовнішні умови в ході проєктування. Приділяється велика увага конструюванню поверхонь з урахуванням усе більшої кількості прогнозованих завдань, умов формоутворення криволінійних поверхонь кінематичних пар. Застосування алгоритмічних побудов спряжених кінематичних пар для інформаційно-керуючої системи під час виготовлення реальних поверхонь військової техніки, які отримують у результаті штампування, створення, відображає реальний фізичний процес та є актуальною проблемою.

За останні роки для виготовлення точних високоякісних виробів кінематичних пар у військовій техніці й озброєнні широко стали застосовувати складні криволінійні поверхні, які вимагають розробки геометричного й математичного апарату щодо їх моделювання. Запропоновано алгоритмічне моделювання криволінійних перетворень для формування спряжених поверхонь кінематичних пар на базі параметричного кінематичного гвинта, що дозволить виключити інтерференцію в разі їх виготовлення.

**Ключові слова:** кінематичний метод; геометрична форма; спряжені поверхні; інтерференція; параметри; алгоритмічна побудова; інформаційно-керуюча система; спряжені моделі; кінематичні поверхні.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** На сьогодні актуальним є формування алгоритмічних спряжених моделей криволінійних поверхонь, що виключають інтерференцію під час обробки кінематичних пар в озброєнні та військовій техніці (ОВТ). Вільні від інтерференції кінематичні пари в ОВТ дозволяють уникнути підрізання зубів і небезпечної концентрації напружень. Також підвищується точність у системах наведення зброя і надійність у ході їх експлуатації.

© Н. П. Ісмаїлова, Т. М. Могилянecь, 2021

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням формування криволінійних поверхонь, що виключають інтерференцію, присвячені роботи [1–3], а формуванню геометричної, математичної та комп'ютерної моделі нелінійчатих поверхонь – [4–7]. Поява в космонавтиці, машинобудуванні, авіаційній, інструментальній, військовій промисловості системи наведення в озброєнні актуалізувало завдання розробки принципово нових алгоритмічних формувань криволінійних поверхонь, що виключають інтерференцію. У роботі професора А. Н. Подкоритова інтерференція визначена як явище, яке має місце, коли частина простору зайнята двома або більше суцільними тілами одночасно [2].

**Формулювання завдання дослідження.** Розробити алгоритмічні формування спряжених моделей для інформаційно-керуючої системи в ході проектування кінематичних пар, що виключають інтерференцію на цій стадії.

**Виклад основного матеріалу.** У теорії машин і механізмів інтерференція свідчить про контакт профілів спряжених зубчатих коліс. У межах, де немає доступного простору, вершина рухомого зуба впроваджується або стикається з бічної сторони іншого також рухомого зуба. Коли зубці колеса виготовляють у виробничому процесі, то інтерференція проявляється як подрізання.

Базою для розробки алгоритмічного формування спряжених моделей для інформаційно-керуючої системи в разі проектування кінематичних пар є доведена теорема [1]: якщо кожному зі спряжених гвинтових поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  розглядати як попарно спряжені аксоїди  $\Phi_A$  і  $\Phi_B$ , що задовольняють діаграму кінематичного гвинта, тоді кожна точка контакту поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$  визначається як точка дотику характеристик аксоїдів  $\Phi_A$  і  $\Phi_B$  з поверхнею  $\Sigma_A$  (рис. 1).

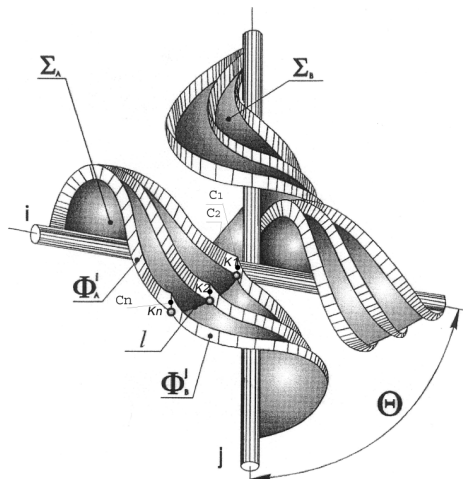


Рис. 1. Формування спряжених криволінійних поверхонь із лінійним контактом

З теореми відомо, що через кожен точку характеристики аксоїдів проходить загальна нормаль спряжених поверхонь. Характеристика аксоїдів є променем лінійного комплексу відносно руху поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$ . Тому в точках  $K_1, K_2, \dots, K_n$  дотику характеристик  $c_1, c_2, \dots, c_n$  спряжених аксоїдів із поверхнею  $\Sigma_A$  будуть загальні нормалі для спряжених криволінійних поверхонь  $\Sigma_A$  та  $\Sigma_B$ , тобто точки контакту належатимуть лінії контакту  $K_1, K_2, \dots, K_n$  спряжених криволінійних поверхонь  $\Sigma_A$  і  $\Sigma_B$ .

Розглянемо алгоритмічне моделювання спряжених криволінійних поверхонь  $\Sigma_A$  криволінійним перетворенням вихідної криволінійної поверхні  $\Phi(\sigma, \tau)$  (рис. 2).

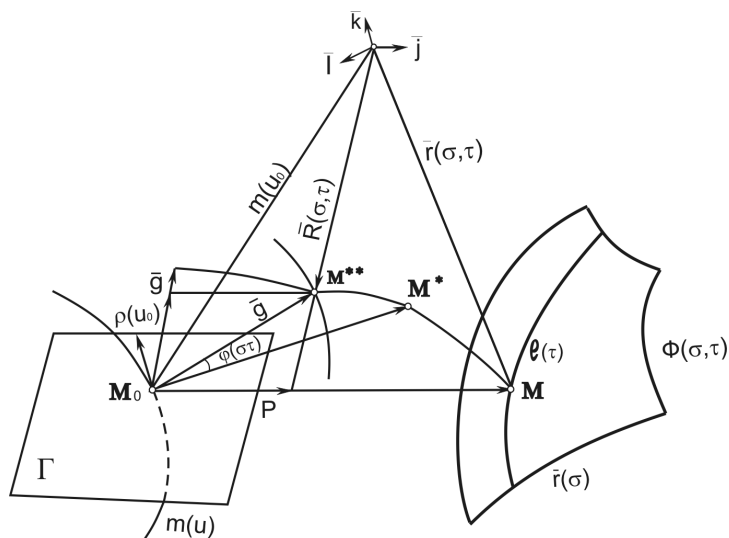


Рис. 2. Алгоритмічне моделювання спряжених поверхонь

Виберемо на створеній  $l(\tau)$  вихідній (початковій) поверхні  $\Phi(\sigma, \tau)$  деяку точку  $M$  і знайдемо її проєкцію  $M_0$  на криву  $m$ . Точка  $M$  застосовується одночасно у двох рухах: у поступальному й обертальному – навколо осі  $r(u)$ , що збігається із дотичною до кривої  $m$  у точці  $M_0$ . Здійснюючи аналогічні криволінійні перетворення всіх інших точок створеної  $l(\tau)$  поверхні  $\Phi$ , отримаємо гвинтову лінію поверхні  $\Sigma_B$ .

Кожна лінія  $l(\tau)$  криволінійної вихідної поверхні  $\Phi$  формується в загальну гвинтову лінію  $l(\sigma, \tau, \varphi(\sigma, \tau))$  з перемінним кроком. Сімейство ліній  $l(\sigma, \tau, \varphi(\sigma, \tau))$  задає криволінійну поверхню  $\Sigma_B$ .

Для формування алгоритмічної моделі контактної криволінійної поверхні  $\Sigma$  вважаємо, що точка  $M$  задана радіусом-вектором  $r(\sigma, \tau)$ , де  $\sigma$  і  $\tau$  – криволінійні координати точки  $M$  на поверхні  $\Phi$  (рис. 2). Нехай також задана деяка вісь  $m(u)$  своїм радіусом-вектором  $m(u)$ , де  $u$  визначає положення точки на осі  $m(u)$ . Нехай положення точки  $M_0$  на осі  $m(u)$  визначається значенням  $u_0$ . Позначимо через  $\rho_0(u_0)$  одиничний дотичний вектор із криволінійною віссю  $m(u)$  у точці  $M_0$ , тоді значення  $u_0$  задовольняє таке співвідношення:  $m(u_0) \cdot \rho(u_0) = 0$ . Отже,  $u_0 = u_0(\sigma, \tau)$ .

Нехай  $R(\sigma, \tau)$  визначає положення точки  $M^*$ . Тоді

$$R(\sigma, \tau) = m(u) + (r(\sigma, \tau) m(u) \cdot \cos \varphi + \rho(u) \times (\rho(u) \cdot r(\sigma, \tau) - m(u))) \cdot \sin \varphi, \quad (1)$$

де  $\varphi = \varphi(\sigma, \tau)$  – кут обертання  $M^*$ , що лежить на поверхні  $\Phi$ ;

$m(u)$  – радіус-вектор криволінійної осі  $m$ ;

$\rho_0(u_0)$  – одиничний вектор дотичної до осі  $m$  ;

$r(\sigma, \tau)$  – радіус-вектор точки  $M$  на поверхні  $\Phi$  ;

$\sigma, \tau$  – криволінійні координати точки  $M$  .

Алгоритм побудови спряжених криволінійних поверхонь виключає інтерференцію в разі проєктування кінематичних пар і визначає контактну поверхню між двома спряженими поверхнями.

Визначимо профіль криволінійної поверхні в перетині перпендикуляром її осі обертання, заданий в рухомій системі координат  $X_1 Y_1$  у такий спосіб (рис. 3):

$$\begin{aligned}
 X_1 \left\{ \begin{array}{l} f_1(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_0, \varphi_1] \\ f_2(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2] \\ \dots \\ \dots \\ f_k(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_{k-1}, \varphi_k] \end{array} \right. ; \\
 Y_1 \left\{ \begin{array}{l} g_1(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_0, \varphi_1] \\ g_2(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_1, \varphi_2] \\ \dots \\ \dots \\ g_k(\varphi), \text{ якщо } \varphi \in [\varphi_{k-1}, \varphi_k] \end{array} \right. ,
 \end{aligned} \tag{2}$$

де  $X_1 = f(\varphi)$ ;  $Y_1 = g(\varphi)$  – параметричні рівняння закономірної ділянки  $AB$  з параметром  $\varphi$  криволінійного профілю  $l$ ;

$[\varphi_0, \varphi_1]$  – межі зміни параметра  $\varphi$  на ділянці  $AB$  .

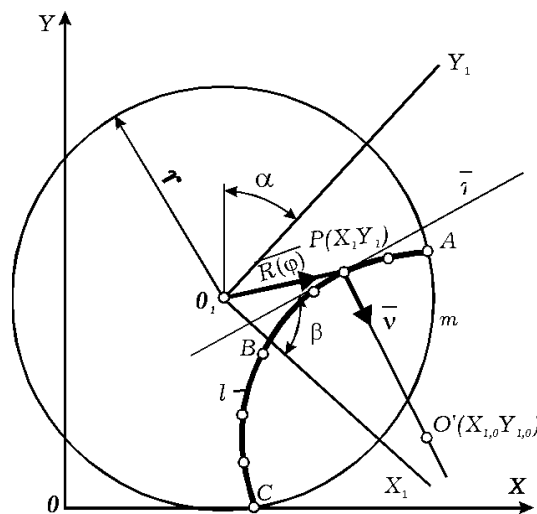


Рис. 3. Профіль криволінійної поверхні в перетині, визначений за перпендикуляром осі обертання

Нехай також для криволінійного профілю  $l$  виконані такі умови:

неперервності:

$$\begin{aligned} f_i(\varphi_i) &= f_{i+1}(\varphi_i); \\ g_i(\varphi_i) &= g_{i+1}(\varphi_i), \quad i = 1, 2, \dots, k-1; \end{aligned} \quad (3)$$

гладкості 1-го порядку:

$$\frac{g'_{i+1}(\varphi_i)}{f'_{i+1}(\varphi_i)} = \frac{g_{i+1}(\varphi_i)}{f_{i+1}(\varphi_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, k-1. \quad (4)$$

У проміжку між профілем  $l$  і центрною  $m$  не проходить перетин нормалей до профілю  $l$  між собою. Визначення формоутворення профілю криволінійної поверхні  $\Sigma_A$ , спряженої із заданою криволінійною поверхнею  $\Sigma_B$ , здійснюється за такою схемою. Рівняння формоутворення профілю виробу в нерухомій системі координат  $XU$  у разі повороту на кут  $\alpha$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \alpha + x_i \cos \alpha + y_i \sin \alpha; \\ y &= r - x_i \sin \alpha + y_i \cos \alpha, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $x_i = f_i(\varphi)$ , якщо  $\varphi \in [\varphi_{i-1}, \varphi_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

$y_i = g_i(\varphi)$ , якщо  $\varphi \in [\varphi_{i-1}, \varphi_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

З умови колінеарності дотичної вектора до формоутворення профілів кінематичної пари в точці дотику маємо

$$\frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{dy}{d\varphi} - \frac{dx}{d\varphi} \cdot \frac{dy}{d\alpha} = 0. \quad (6)$$

Знайшовши визначник (6), отримаємо рівняння зв'язку між параметром  $\varphi$  і  $\alpha$ :

$$\varphi = \bar{h}_i(\alpha), \quad \text{якщо } \varphi \in [\varphi_{i-1}, \varphi_i], \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (7)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (7) і (5), отримаємо рівняння формоутворення профілю вихідної (початкової) криволінійної поверхні в нерухомій системі координат  $XU$ :

$$\begin{aligned} x &= r\alpha + f_i(\bar{h}_i(\alpha)) \cdot \cos \alpha + g_i(\bar{h}_i(\alpha)) \cdot \sin \alpha; \\ x &= r - f_i(\bar{h}_i(\alpha)) \cdot \sin \alpha + g_i(\bar{h}_i(\alpha)) \cdot \cos \alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

Алгоритмічне формування моделі спряжених криволінійних поверхонь дозволяє виключати інтерференцію й автоматизувати проектування завдяки інформаційно-керуючій системі з числовим програмним управлінням, що підвищує точність і продуктивність розрахунково-графічних робіт у ході проектування кінематичних пар в ОБТ.

**Висновки.** З метою підвищення точності й надійності широкого класу виробів космічних кораблів, авіації, військової промисловості, машинобудування, розроблені алгоритмічні формування спряжених моделей, що виключають інтерференцію в ході проектування та вироблення кінематичних пар для інформаційно-керуючої системи з числовим програмним управлінням. Вільні від інтерференції алгоритмічні формування спряжених поверхонь кінематичних пар дозволяють уникнути підрізань, заклинювань і небезпечної концентрації напружень, при цьому також підвищується точність та надійність експлуатації ОБТ.

### СПИСОК БІБЛІОГРАФІЧНИХ ПОСИЛАНЬ

1. Подкорытов А. Н. Исключение интерференции сопряженных поверхностей зубчатых передач // INTERNATIONAL CONGRES–GEAR TRANSMISSIONAL. Sofia–BULGARIA, 1995. С. 143–145.
2. Podkorytov A. Theoretical bases of conjugate quazihelical surfaces, excluding interference // 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on Engineering Design Graphios and Descriptive Geometry. Texas, USA, Austin, 2002. Vol. 1. P. 43–47.
3. Подкорытов А. Н., Жадан А. Ф. Зубчатая передача с перекрещивающимися осями : Авторское свидетельство АС 1272041. Оpubл. в Б.И. 1986. № 10. 3 с.
4. Подкорытов А. М., Ісмаїлова Н. П. Загальний ітераційний метод виключення інтерференції спряжених квазігвинтових поверхонь // Сучасні проблеми моделювання. Мелітополь : Мелітопольський держ. пед. ун-т, 2016. Вип. 5. С. 98–103. URL: <http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/1488>
5. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 1, Iss. 4(91). P. 76–82. URL: <http://eprints.mdpu.org.ua/id/eprint/5375>
6. Ismailova N., Bogach V., Lebedev B. Development of a technique for the geometrical modeling of conjugated surfaces when determining the geometrical parameters of an engagement surface contact in kinematic pairs // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Харків : Технологічний центр, 2020. № 1/4 (106). P. 17–22. URL: <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/154191>

Стаття надійшла до редакції 26.08.2021.

### REFERENCES

1. Podkorytov, A. N. (1995). Iskliuchenie interferentsii sopriazhennykh poverkhnostei zubchatykh peredach [Elimination of interference of mating surfaces of gears]. In *INTERNATIONAL CONGRES–GEAR TRANSMISSIONAL*. (pp. 143–145). Sofia, Bulgaria [in Russian].
2. Podkorytov, A. (2002). Theoretical bases of conjugate quazihelical surfaces, excluding interference. In *10<sup>th</sup> Intern. Conf. on Engineering Design Graphios and Descriptive Geometry, 1*, 43–47. Texas, USA, Austin.
3. Podkorytov, A. N., & Zhadan, A. F. (1986). *Zubchataia peredacha s perekreshchivaiushchimi osiami : Avtorskoe svidetel'stvo* [Cross-axle gear train: Certificate of authorship]. AS 1272041. Published in B.I. № 10 [in Russian].

4. Podkorytov, A. M., & Ismailova, N. P. (2016). Zahalniy iteratsiiniy metod vykliuchennia interferentsii spriazhenykh kvazihvyntovykh poverkhon [General iterative method for eliminating the interference of conjugate quasi-screw surfaces]. *Suchasni problemy modeliuвання [Modern problems of modeling]*, 5, 98–103. Melitopol. Retrieved from <http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/1488> [in Ukrainian].
5. Havrylenko, Y., Kholodniak, Y., Vershkov, O., & Naidysh, A. (2018). Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, Vol. 1, Iss. 4(91), 76–82. Retrieved from <http://eprints.mdpu.org.ua/id/eprint/5375>
6. Ismailova, N., Bogach, V., & Lebedev, B. (2020). Development of a technique for the geometrical modeling of conjugated surfaces when determining the geometrical parameters of an engagement surface contact in kinematic pairs. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1/4 (106), 17–22. Kharkiv. Retrieved from <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/154191>

**N. P. Ismailova, T. M. Mohylianets**

#### **ALGORITHMIC FORMATION OF CONNECTED MODELS FOR INFORMATION CONTROL SYSTEM IN DESIGNING KINEMATIC PAIRS**

*In modern systems for the automatic design of complex products for military equipment, algorithmic construction of conjugate models of curved surfaces using computer technologies that exclude interference are increasingly being used. This gives a powerful impetus to the development of applied geometry of surfaces and stimulates the search for new ways to improve the technological processes of manufacturing parts, on machines with an information control system. In particular, this applies to technological operations on numerically controlled machines. One of the main directions in modeling kinematic pairs should be considered the study and design of the shapes of surfaces in close connection with the operating conditions of structures in military equipment and weapons in which they are to be used. The shapes of complex curved surfaces affect the reliability and durability of mechanisms in military equipment and weapons and therefore require more careful consideration of external conditions when designing. Much attention is paid to the design of surfaces, taking into account an increasing number of predetermined requirements, conditions for the formation of curved surfaces of kinematic pairs in military equipment. The use of algorithmic constructions of conjugated kinematic pairs for an information control system in the manufacture of real surfaces of military equipment obtained as a result of stamping, the creation of a geometric model of stamping, reflecting a real physical process, is an urgent problem.*

*In recent years, in the manufacture of precision high-quality products of kinematic pairs and cutting tools in military equipment and weapons, complex curved surfaces have been widely used, which require the development of a geometric and mathematical apparatus for their modeling.*

*Algorithmic modeling of curvilinear transformations for the formation of mating surfaces of kinematic pairs in military equipment, based on a parametric kinematic screw, is proposed, which will eliminate interference during their manufacture.*

**Keywords:** *kinematic method; geometric shape; mating surfaces; interference; gearing; geometric parameters; algorithmic constructions; information management system; conjugate models; kinematic surfaces.*