

## СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ КУРСОМ БЕЗПЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА

*Безпілотні літальні апарати на сьогоднішній день є найбільш перспективними системами військового і цивільного призначення. Простежується тенденція до нарощування зусиль низки провідних країн щодо розробки безпілотних літальних апаратів та їх комплексів, тому в статті запропоновано синтез математичної моделі системи автоматичного керування курсом безпілотного літального апарата. Математична модель будь-якої системи відображає в тій або іншій мірі її реальні властивості, зокрема наявні обмеження. З'ясовано, що одним із найбільш сприятливих та ефективних методів побудови математичних моделей систем автоматичного управління є їх розробка з використанням передавальних функцій. Для вирішення поставленого завдання в статті розглянуто склад системи керування курсом безпілотного літального апарата. Синтезовано математичну модель, що складається із сумісного проектування конструкції самого безпілотного літального апарата та системи автоматичного керування ним. Опис запропонованої математичної моделі системи ґрунтується на поданні лінійної неперервної системи різницевиими рівняннями, які отримано з використанням співвідношення Тастина. Запропонована в статті математична модель може бути використана для дослідження типових літальних апаратів, система управління курсом яких будується за розглянутою структурою.*

*Практичне значення одержаних результатів полягає в можливості застосування розробленої математичної моделі для дослідження динаміки зміни стану та налаштування системи автоматичного керування курсом безпілотного літального апарата шляхом комп'ютерного моделювання.*

*Перспективами подальших досліджень у цьому напрямку є проведення комп'ютерного моделювання системи автоматичного керування курсом безпілотного літального апарата та оцінювання точності розробленої математичної моделі.*

**Ключові слова** *математична модель; передавальна функція; система автоматичного керування курсом; безпілотний літальний апарат.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** За останні роки в усьому світі значно зріс інтерес до безпілотних літальних апаратів (БпЛА). Завдяки невеликим розмірам, надійним конструкціям, високій маневреності, простоті управління, їх використовують як в інтересах оборони держави, так і для виконання завдань цивільного призначення.

Високі показники якості систем БпЛА, оснащених повноцінним автопілотом, знижують експлуатаційні витрати і вимоги до персоналу. У процесі виконання польоту управління БпЛА здійснюють за допомогою бортового комплексу навігації та управління.

Дієвим підходом до підвищення точності, забезпечення стійкості, керованості й високої швидкодії систем автоматичного пілотування БпЛА є розробка методів їх математичного синтезу. Використання математичного моделювання дозволяє значно скоротити час проектування, зменшити вартість розробки, підвищити якість створення.

Актуальність проблеми аналізу та синтезу математичної моделі БпЛА полягає в затребуваності нових математичних моделей цих об'єктів і алгоритмів керування, що забезпечують високу якість функціонування системи в цілому, з реалізацією їх числовими методами.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання, пов'язані із синтезом математичних моделей систем автоматичного управління, ґрунтовно досліджені в сучасній літературі [1, 3–5, 7, 8], де достатньо глибоко викладено принципи їх побудови за різними класифікаційними ознаками.

Вид математичної моделі та спосіб її розробки обирають на підставі апріорної інформації про об'єкт моделювання й цілі використання моделей [1, 4, 7].

До математичних моделей систем автоматичного управління об'єктів ставлять низку вимог. Залежності, що описують модель, повинні бути справедливими для всього розрахункового інтервалу часу, на якому вирішується завдання управління. Модель повинна охоплювати всі вхідні змінні (керувальні та збурення), а також вихідні керовані величини.

Для побудови математичної моделі об'єкта можна використовувати різні методи: аналітичні, експериментальні та експериментально-аналітичні [7]. Аналітичний метод передбачає отримання математичного опису об'єкта у вигляді систем диференціальних рівнянь [1]. Такий підхід дає позитивний результат, якщо даний об'єкт досить простий за структурою і добре вивчений. В іншому разі вдаються до експериментальних методів, суть яких методів полягає в побудові непараметричних моделей у вигляді перехідної функції або частотної характеристики та параметричних моделей у вигляді системи диференціальних рівнянь або передавальних функцій. Параметричні методи отримання математичних моделей вимагають апріорного знання порядку моделей об'єкта та збурень [8].

**Формулювання завдання дослідження.** Метою статті є розробка математичної моделі для оцінювання ефективності функціонування системи автоматичного управління курсом БпЛА. Для цього необхідне вирішення таких завдань:

окреслити склад, структуру та зв'язки системи автоматичного управління курсом БпЛА;

визначити форму математичного опису її окремих частин;

розробити різницеві рівняння, придатні для комп'ютерного моделювання системи автоматичного управління курсом БпЛА.

Одним із найбільш сприятливих та ефективних методів розробки математичних моделей систем автоматичного управління є побудова з використанням передавальних функцій. Для синтезу рівнянь, які описують передавальні функції елементів системи управління, буде використано перетворення Таєтіна [3].

**Виклад основного матеріалу.** Автопілот є одним із головних елементів загальної системи управління, що призначений для стабілізації кутових рухів літального апарата відносно центра маси та управління рухом самого центра маси відповідно до команд, що надходять з бортової радіоапаратури БпЛА.

Кожен автопілот має, як правило, три канали управління: тангаж, курс та крен. До складу кожного каналу входять чутливі елементи (гіроскопи) та рульовий привід [2, 5].

Стабілізація курсу автопілотом здійснюється за допомогою органів керування: рулем напрямку, елеронами, рулем напрямку й елеронами. Автопілот курсу виконує функцію стабілізації поздовжньої осі БпЛА і вектора швидкості за курсом. Поздовжня вісь у горизонтальній площині повертається під дією моментів відносно нормальної осі. Керувальний момент відносно нормальної осі створюється відхиленням руля напрямку. Розворот вектора швидкості за курсом відбувається під дією бічної сили, спричиненої кутом ковзання або за рахунок горизонтальної складової піднімальної сили, що виникає в разі при крену БпЛА [2, 9].

Функціональну схему системи автоматичного управління курсом БпЛА за допомогою руля напрямку наведено на рис. 1 [5, 9], де позначено:

- П – підсилювач;
- РМ – рульова машинка;
- РН – руль напрямку;
- ДК – датчик кута;
- ДКШ – датчик кутової швидкості;
- ЖЗЗ – жорсткий зворотній зв'язок;
- $x(t), y(t)$  – вхідне та вихідне значення курсу;
- $M_z$  – діюче збурення;
- $\varepsilon(t)$  – помилка управління курсом.

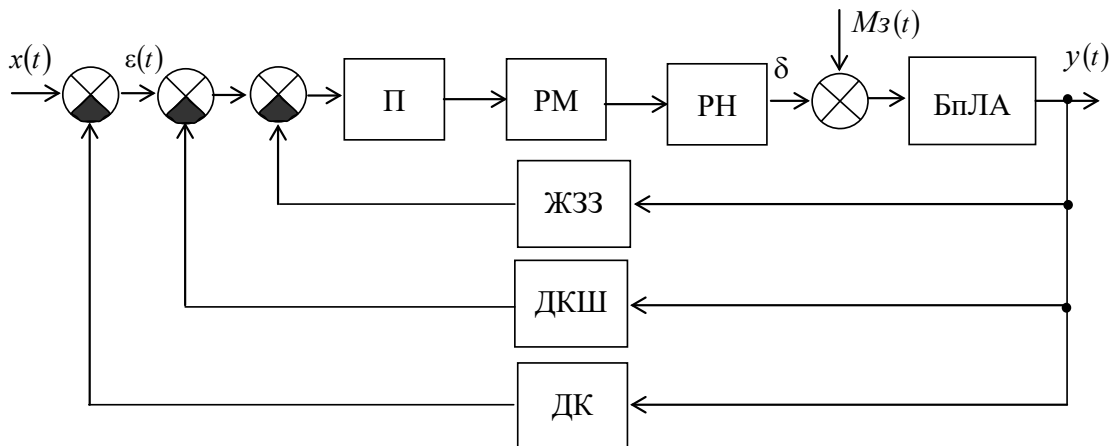


Рис. 1. Функціональна схема системи автоматичного управління курсом БпЛА

На вхід ланки БпЛА, що описує динаміку його руху, надходять впливи від руля напрямку та збурень. Виходом ланки є відхилення кута курсу та швидкість зміни курсу. Датчики кута та кутової швидкості виробляють сигнали, пропорційні значенням кута та кутової швидкості. Ці сигнали надходять на суматор, а потім через підсилювач на рульову машинку, яка переміщує руль напрямку.

У разі відхилення кута курсу від заданого, виникає помилка  $\varepsilon = x - y$ , яка після підсилення рульової машинки переміщує руль напрямку доти, доки помилка не стане дорівнювати нулю.

Отже, закон керування для стабілізації курсу за допомогою каналу руля напрямку має такий вигляд:

$$\delta = k_n(x - y) + k_v \dot{y}, \quad (1)$$

де  $k_n, k_v$  – коефіцієнти перетворення.

Для покращення перехідного процесу БпЛА до автопілота вводять допоміжні сигнали:  $U$ , пропорційні кутовій швидкості обертання літака, та сигнал, пропорційний лінійним прискоренням. Тоді процес налаштування необхідного значення нормальних прискорень, заданих командою управління, буде проходити швидше, за відсутності цих допоміжних сигналів.

Знаючи передавальні функції рульового приводу і чутливих елементів, можна побудувати структурну схему системи автоматичного управління курсом БпЛА. Її наведено на рис. 2, де  $K_p(p)$  умовно позначає передавальну функцію БпЛА [5].

Сигнали  $U_{\delta k}$  і  $U_{\delta kv}$ , що знімаються з датчиків кута та кутової швидкості, відрховуються від сигналу команди управління  $U_k$  та надходять на рульовий привід. Руль курсу буде відхилятися таким чином, щоб компенсувати коливання й одночасно забезпечувати відповідність нормального прискорення величині команди управління  $U_k$ .

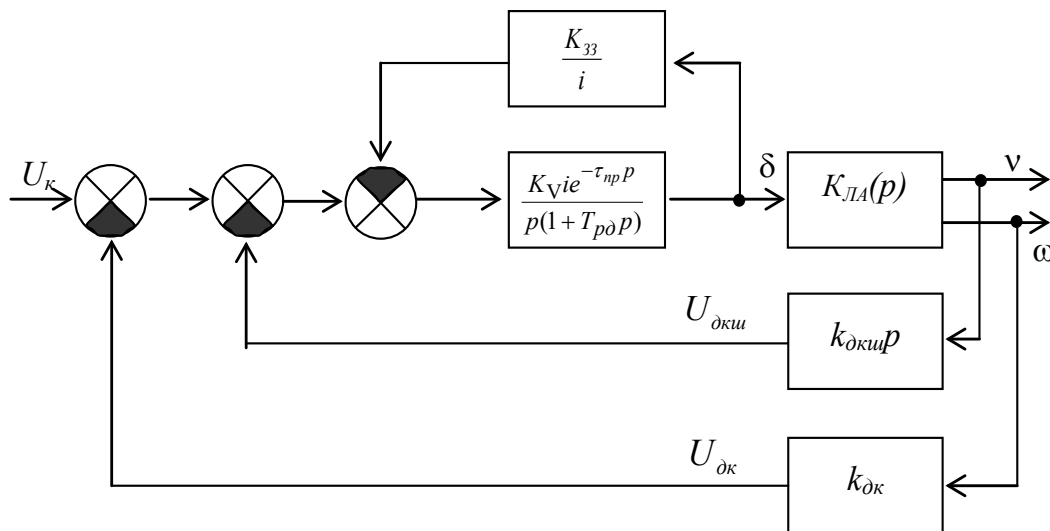


Рис. 2. Структурна схема системи автоматичного управління курсом БпЛА

Структурну схему рис. 2 можна спростити, якщо врахувати, що постійні часу рульового приводу ( $\tau_{np}, T_{pd}$ ) значно менші за постійну часу БпЛА  $T_p$ . Тоді передавальна функція замкненого рульового приводу матиме такий вигляд:

$$K_s(p) = \frac{\frac{k_v i}{p}}{1 + \frac{k_v i k_{33}}{p i}} = \frac{k_{np} i}{1 + T_{np} p}, \quad (2)$$

де  $k_{np} = 1/k_{33}$  – коефіцієнт підсилення замкненого приводу;

$T_{np} = 1/k_v k_{33}$  – постійна часу.

Визначимо передавальну функцію БпЛА. Відомо, що вона за кутом атаки  $\alpha$  є коливальною ланкою:

$$K_\alpha(p) = \frac{k_\alpha}{T_{ла}^2 p^2 + 2\xi_{ла} T_{ла} p + 1}, \quad (3)$$

де  $k_\alpha$  – коефіцієнт підсилення за кутом атаки, який не має розмірності;

$T_{ла}$  – аеродинамічна стала часу;

$\xi_{ла}$  – коефіцієнт демпфування.

Отримаємо передавальну функцію за кутом курсу.

$$K_v(p) = \frac{k_\alpha}{T_{ла}^2 p^2 + 2\xi_{ла} T_{ла} p + 1} \left( 1 + \frac{1}{T_\vartheta p} \right) \quad (4)$$

або після перетворення

$$K_v(p) = \frac{k_v (T_\vartheta p + 1)}{p (T_{ла}^2 p^2 + 2\xi_{ла} T_{ла} p + 1)}, \quad (5)$$

де  $k_v = k_\alpha / T_\vartheta$  – коефіцієнт підсилення БпЛА за кутом курсу.

За результатами отримання передавальних функцій елементів системи маємо спрощену структурну схему системи автоматичного управління курсом БпЛА, яку наведено на рис. 3.

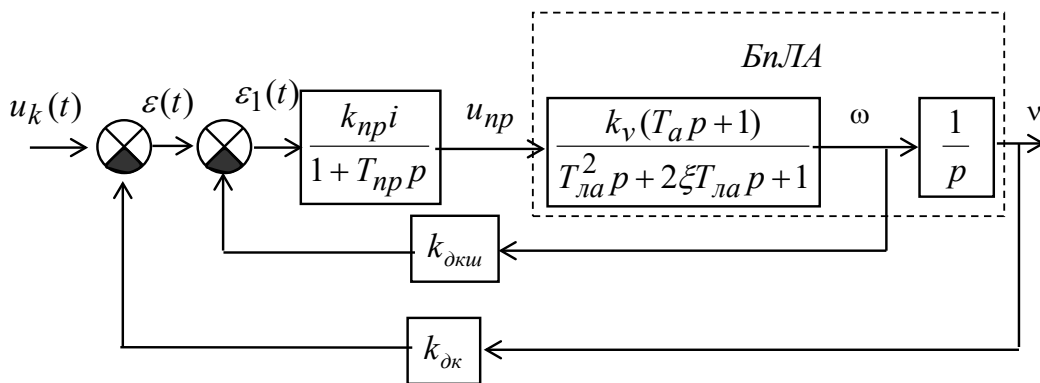


Рис. 3. Структурна схема системи управління БпЛА за каналом курсу

В основу математичної моделі системи управління БпЛА за каналом курсу покладено структурну схему, наведену на рис. 3. Для синтезу рівнянь, які описують передавальні функції елементів системи управління, використано так звану «підстановку Тастина» [3]. Це перетворення дозволяє отримати дискретну передавальну функцію лінійного об'єкта з його вихідної безперервної передавальної функції.

Застосовуючи для опису передавальних функцій рекурентні формули для рульового приводу, маємо таке рівняння:

$$u_1(n) = \frac{2 - T/T_{нп}}{2 + T/T_{нп}} u_1(n-1) + \frac{T}{2 + T/T_{нп}} (\varepsilon_1(n-1) + \varepsilon_1(n)), \quad (6)$$

$$u_{нп}(n) = k_{нп} i u_1(n), \quad (7)$$

де  $u_{нп}(n)$  – вихідний сигнал приводу системи автоматичного управління курсом.

Літальний апарат опишемо такими рівняннями:

$$x_4(n) = \frac{k_v T_a}{T_{ла}^2} u_{np}(n); \quad (8)$$

$$x_3(n) = \frac{4 - 2bT - aT^2}{4 + 2bT + aT^2} x_3(n-1) - \frac{4aT}{4 + 2bT + aT^2} x_2(n-1) + \frac{2T}{4 + 2bT + aT^2} (x_4(n) + x_4(n-1)); \quad (9)$$

$$x_2(n) = x_2(n-1) + \frac{T}{2} (x_3(n) + x_3(n-1)); \quad (10)$$

$$w_1(n) = x_3(n) + dx_2(n); \quad (11)$$

$$w(n) = w(n-1) + \frac{T}{2} (w_1(n) + w_1(n-1)), \quad (12)$$

де  $a = \frac{1}{T_{ла}}$ ;  $b = \frac{2\xi_{ла}}{T_{ла}}$ ;  $d = \frac{1}{T_a}$ ;  $T$  – інтервал дискретизації.

Помилку управління визначимо з виразу

$$\varepsilon(k) = u_k(n) - k_{ок} w(n). \quad (13)$$

Сигнал із виходу другого елемента порівняння опишемо виразом

$$\varepsilon_1(n) = \varepsilon(n) - k_{оки} w_1(n). \quad (14)$$

**Висновок.** Отже, у результаті проведених досліджень запропоновано математичну модель системи керування курсом БПЛА, яка складається із сумісного проектування конструкції самого БПЛА та системи автоматичного керування ним. Математична модель ґрунтується на поданні лінійної неперервної системи різницевиими рівняннями завдяки використанню співвідношення Тастина. Її можна застосовувати для дослідження типових літальних апаратів, система управління курсом яких будується за розглянутою структурою. Запропонована розробка може розглядатися як інструмент для дослідження моделей літальних апаратів.

Перспективами подальших досліджень у цьому напрямку є проведення комп'ютерного моделювання системи автоматичного керування курсом БПЛА та оцінювання точності розробленої математичної моделі.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильев Е. М., Коломьцев В. Г. Теория автоматического управления. Дискретные системы : учеб. пособ. Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. 152 с.
2. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / К. К. Веремеенко, А. Н. Головинский, В. В. Инсаров, М. Н. Красильщиков и др. Москва : Физматлит, 2003. 280 с.

3. Гостев В. И., Стеклов В. И. Системы автоматического регулирования с цифровыми регуляторами : справочник. Киев : “Радиоаматор”, 1998. 704 с.
4. Зімчук І. В., Іщенко В. І., Канкін І. О. Синтез алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем // Системні дослідження та інформаційні технології. 2015. № 1. С. 32–38.
5. Іщенко В. І. Теорія автоматичного управління. Ч 1. Елементи та системи автоматичного управління : навч. посіб. Житомир : ЖВІ НАУ, 2007. 184 с.
6. Купріянова В. С., Матюшенко І. Ю. Стан та перспективи розвитку безпілотних літальних апаратів в Україні // Вісник економіки транспорту і промисловості. 2015. № 50. С. 334–340.
7. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник в 5 т. Т. 3. Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 616 с.
8. Поляков К. Ю. Основы теории цифровых систем управления : учеб. пособ. Санкт-Петербург : СПб ГМТУ, 2006. 161 с.
9. Харченко В. П., Чепіженко В. І, Тунік А. А., Павлова С. В. Авіоніка безпілотних літальних апаратів : монографія / За ред. В. П. Харченка. Київ : ТОВ «Абрис-принт», 2012. 464 с.

Подано 30.12.2019

**И. В. Зимчук, В. И. Ищенко, Т. Н. Шапар**

### **СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ КУРСОМ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА**

*Беспилотные летательные аппараты на сегодняшний день являются наиболее перспективными системами военного и гражданского назначения. Прослеживается тенденция к наращиванию усилий ряда ведущих стран по разработке беспилотных летательных аппаратов и их комплексов, поэтому в статье предложен синтез математической модели системы автоматического управления курсом беспилотного летательного аппарата. Математическая модель любой системы отражает в той или иной степени её реальные свойства, в частности имеющиеся ограничения. Установлено, что одним из самых благоприятных и эффективных методов построения математических моделей систем автоматического управления является их разработка с использованием передаточных функций. Для решения поставленной задачи в статье рассмотрен состав системы управления курсом беспилотного летательного аппарата. Синтезирована математическая модель, состоящая из совместного проектирования конструкции самого беспилотного летательного аппарата и системы автоматического управления им. Описание предлагаемой математической модели системы основано на представлении линейной непрерывной системы разностными уравнениями, полученными с использованием соотношения Тастина. Предложенная в статье математическая модель может быть использована для исследования типичных летательных аппаратов, система управления курсом которых строится по рассмотренной структуре.*

*Практическое значение полученных результатов заключается в возможности применения разработанной математической модели для исследования динамики*

*изменения состояния и настройки системы автоматического управления курсом беспилотного летательного аппарата путем компьютерного моделирования.*

*Перспективами дальнейших исследований в этом направлении является проведение компьютерного моделирования системы автоматического управления курсом беспилотного летательного аппарата и оценки точности разработанной математической модели.*

*Ключевые слова: математическая модель; передаточная функция; система автоматического управления курсом; беспилотный летательный аппарат.*

**I. V. Zimchuk, V. I. Ishchenko, T. M. Shapar**

### **SYNTHESIS OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF THE UNMANNED AIRCRAFT COURSE**

*Unmanned aerial vehicles are by far the most promising military and civilian systems. There is a tendency to increase the efforts of a number of leading countries in the development of unmanned aerial vehicles and their complexes. The mathematical model of any system reflects in one way or another its real properties, including the existing limitations. It has been found that one of the most favorable and efficient methods for constructing mathematical models of automatic control systems is to develop them using transfer functions. In order to solve this problem, the article deals with the composition of the control system of a drone. A mathematical model consisting of the joint design of the unmanned aerial vehicle and its automatic control system has been synthesized. The description of the proposed mathematical model of the system is based on the representation of a linear continuous system by the difference equations obtained using the Tustin relation. The mathematical model proposed in the article can be used for the study of typical aircraft whose course management system is built according to the considered structure.*

*The practical significance of the obtained results is the possibility of applying the developed mathematical model to study the dynamics of the change of state and to set up the system of automatic control of the course of the unmanned aerial vehicle through computer simulation.*

*Prospects for further research in this area are computer simulation of an unmanned aerial vehicle control system and estimation of the accuracy of the mathematical model developed.*

*Keywords: mathematical model; transfer function; automatic course management system; unmanned aerial vehicle.*