

О. Л. Сидорчук, С. П. Фриз, В. Й. Залевський, Л. М. Марищук

## ЧИСЛОВИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В ОБЛАСТІ ФОКУСА ПАРАБОЛОЇДА ОБЕРТАННЯ ДЗЕРКАЛЬНОЇ АНТЕННОЇ СИСТЕМИ

*У ході аналізу антен та розробки їх нових зразків, зокрема й дзеркальних, необхідно визначити (розрахувати) їх основні характеристики (параметри). Для цього потрібно дослідити електромагнітне поле, яке збуджується в області фокуса параболоїда обертання, що опромінюється рупорним опромінювачем.*

*На даний час такі розрахунки проводяться за допомогою сучасних програмних продуктів моделювання. Вони ґрунтуються на загальних числових методах розв'язання рівнянь Максвелла та подаються як готовий продукт без розкриття внутрішнього змісту. Тому оцінювання похибки розрахунків за допомогою таких програм практично неможливе.*

*Унаслідок математичної складності навіть найпростіших задач розсіювання та дифракції рідко вдається отримати в замкнутому вигляді рішення, придатні для безпосереднього розрахунку практично корисних фізичних характеристик. Отже, доводиться допускати певний ступінь наближення для формування граничних умов, розв'язання рівнянь або на всіх етапах.*

*Отримані раніше алгоритми розрахунку мають недолік, оскільки можуть бути реалізовані лише числовими методами, тому що отримані інтеграли не є табличними і не підлягають приведенню до таких. Саме тому виникає необхідність у спрощенні виразів для розсіяного рупором поля шляхом апроксимації й отримання простих формул.*

*У статті запропоновано визначення електромагнітного поля в області фокуса параболоїда обертання дзеркальної антени та на осі дзеркала шляхом розв'язання інтегральних рівнянь числовим методом за нормальної поляризації падаючої хвилі.*

*Новизна отриманих результатів полягає в застосуванні нового числового методу визначення розсіяного електромагнітного поля, перевипроміненого рупорним опромінювачем, розташованим у фокусі параболоїда обертання антенної системи, з метою покращення тактико-технічних характеристик радіотехнічних станцій, на яких вона встановлена.*

*Отримано кінцеві наближені вирази, з яких зрозуміла фізика явища перевідбиття (розсіювання).*

**Ключові слова:** *параболоїд обертання; дзеркальна антена; малогабаритний рупорний опромінювач.*

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Антена є одним із найважливіших елементів радіотехнічного пристрою, що випромінює та приймає електромагнітні хвилі. Від якості її роботи суттєво залежать його можливості в цілому: дальність радіозв'язку і радіолокації, пошукові й оглядові можливості радіолокаційних станцій (РЛС), розрізнявальна здатність, якість передачі сигналу, точність пеленга цілі, перешкодозахищеність тощо. Покращення таких характеристик є важливим завданням, що спонукає до дослідження наявних антенних систем та проектування нових.

Значна частина сучасних РЛС оснащена дзеркальними антенами. Незважаючи на те, що вони досить добре досліджені, завдання їх удосконалення і на сьогодні є актуальним.

Під час аналізу антен, а особливо в ході розробки нових, зокрема й дзеркальних, виникає задача визначення (розрахунку) їх параметрів: опору випромінювання, вхідного опору, діаграми спрямованості тощо. На даний час такі обчислення проводять за допомогою сучасних програмних продуктів моделювання антен Вони ґрунтуються на загальних числових методах розв'язання рівнянь Максвелла без розкриття внутрішнього змісту. Оцінка похибки розрахунків за допомогою таких програм практично неможлива, а загальні алгоритми, побудовані на основі відомих обчислювальних методів, найчастіше можуть бути нестійкими [1].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Загалом задача суворого розрахунку параметрів будь-якої антени спочатку вирішується як внутрішня, а потім як зовнішня. Внутрішня задача полягає у визначенні електричних і магнітних струмів на деякій віртуальній поверхні – поверхні випромінювання. За знайденими струмами (зовнішня задача) на поверхні випромінювання знаходять електромагнітне поле в будь-якій точці простору [2–3].

На сьогодні розв'язок внутрішньої задачі за відомим розподіленням струмів для більшості випромінювачів не є проблемним. Майже всі труднощі, пов'язані з побудовою адекватних фізичних і математичних моделей випромінювальних систем, належать до внутрішньої задачі аналізу теорії антен.

Аналіз дзеркальної антени зводиться до розв'язання задачі дифракції її електромагнітної хвилі, збудженої випромінювачем на рефлекторі (дзеркалі). Як відомо, існує три основні методи розв'язання подібних задач: методи геометричної та фізичної оптики і метод інтегральних рівнянь [3].

Метод геометричної оптики, в основу якого покладено закон Снеліуса і принцип Ферма, застосовується лише для дзеркал великих геометричних розмірів [3]. Поле, відбите дзеркалом, у ближній зоні має усі шість компонент вектора, навіть якщо воно опромінене поляризованою хвилею. Проте метод геометричної оптики не враховує векторного характеру поля. Тому для його аналізу в ближній зоні застосування даного методу є неможливим. Його використання доцільне лише для дальньої зони, де хвиля є суто поперечною [3].

Метод фізичної оптики ґрунтується на визначенні електромагнітного поля випромінювання за відомим розподілом збуджувального поля на плоскій поверхні розкриття дзеркала (апертурі) відповідно до теореми еквівалентності. Вважають, що поверхнею випромінювання є тільки апертура, тому часто нехтують випромінюванням малих поверхневих струмів на тіньовій стороні дзеркала. Такий метод має багато недоліків, а головне – не враховує багаторазового розсіювання, тобто зворотного впливу рефлектора на опромінювач. Проте вважається, що він є більш точним за метод геометричної оптики [7].

Більшості з описаних вище недоліків позбавлений метод інтегральних рівнянь, який полягає у визначенні поля, розсіяного дзеркалом, за наведеними на ньому струмами. Функції їх розподілу на поверхні дзеркала визначають із розв'язку інтегрального рівняння, до якого зводиться крайова задача на поверхні параболоїда обертання. У науковій літературі методу інтегральних рівнянь приділяється дуже мало уваги, до того

ж він є значно складнішим, ніж методи фізичної та геометричної оптики [7]. У ході аналізу дзеркальних антен також виникають маловивчені гіперсингулярності [10, 11], які, крім того, є двовимірними, тому ще більш складними.

На даний час добре описані методи розв'язання інтегральних рівнянь із традиційними «слабкими» одновимірними сингулярностями: логарифмічними, Коші та Гільберта.

Зазвичай для розрахунку будь-якої антени (зокрема й дзеркальної) аналізують поле в її дальній зоні та, як правило, не звертають уваги на те, що традиційні методи не можуть застосовуватися для аналізу електромагнітного поля в ближній зоні антени [2, 12]. Більше того, відсутній граничний перехід електромагнітного поля до густини струму на поверхні антени. Це пояснюється тим, що поверхнева густина струму пов'язана з напруженістю магнітного поля співвідношенням, де вектор нормалі до поверхні, на якій знаходиться функція, як правило, визначають з інтегральних рівнянь першого роду, він містить у неявному вигляді особливості (сингулярності), коли точка джерела збігається з точкою спостереження.

У [14] запропоновано вдосконалений математичний апарат для дослідження електромагнітного поля, розсіяного антенною системою з рупорним опромінювачем пірамідальної форми. Удосконалення полягає в застосуванні нового методу визначення розсіяного електромагнітного поля, перевипроміненого рупорним опромінювачем, що розташований у фокусі параболоїда обертання антенної системи, за умов нормальної поляризації падаючої плоскої хвилі до площини її падіння та збігу їх поляризації [14–17].

Розрахунки за новим методом [14], що поєднує методи фізичної оптики та інтегральних рівнянь, дозволяють оцінювати вплив елементів, розміщених у площині фокуса, на розсіювання антенних систем у цілому. Проте для розробки дзеркальних антен, зокрема для покращення тактико-технічних характеристик об'єктів, на яких вони встановлені, необхідно мати вирази, нехай і наближені, з яких була б зрозуміла фізика явища перевідбиття (розсіювання).

Унаслідок математичної складності навіть найпростіших задач розсіювання та дифракції рідко вдається отримати в замкнутому вигляді розв'язки, зручні для безпосереднього розрахунку практично корисних фізичних характеристик. Тому доводиться допускати відомий ступінь наближення для формування граничних умов, розв'язання рівнянь або на обох етапах.

Важливою складовою теоретичних досліджень є виведення наближених формул, корисних в обмежених областях змінювання параметрів або змінних. Правильне розуміння їх фізичного сенсу, а також умов застосування становить важливий момент математичної теорії й експериментальної практики антен.

Наведений у [14] алгоритм розрахунку має недолік у тому, що може бути реалізований лише числовими методами, оскільки отримані інтеграли не є табличними та не підлягають приведенню до таких. Отже, виникає необхідність у спрощенні виразів, виведених у [14], для розсіяного рупором поля шляхом апроксимації й отримання простих формул, з яких було б зрозуміло фізичний процес явища перевідбиття.

У даній роботі обмежимося нормальною поляризацією падаючої хвилі до площини падіння як одним із випадків довільного падіння плоскої електромагнітної хвилі.

**Формулювання завдання дослідження.** Метою статті є визначення електромагнітного поля в області фокуса параболоїда обертання дзеркальної антени та на

осі дзеркала шляхом розв'язку інтегральних рівнянь числовим методом за нормальної поляризації падаючої хвилі.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо випадок, коли електромагнітна хвилі, що падає, нормально поляризована до площини падіння (рис. 1). У такому разі електричну  $\vec{E}_f^\perp$  і магнітну  $\vec{H}_f^\perp$  складові вектора падіння хвилі можна записати в такий спосіб [13]:

$$\begin{cases} \vec{E}_f^\perp = \vec{e}_x E_0 e^{ikR^\perp}; \\ \vec{H}_f^\perp = -(\vec{e}_z \sin \theta_f + \vec{e}_y \cos \theta_f) e^{ikR^\perp} \frac{E_0}{Z_0}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $E_0$  – амплітуда електричної складової електромагнітної хвилі;

$k$  – хвильове число;

$\theta_f$  – кут падіння плоскої електромагнітної хвилі;

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  – одиничні вектори;

$Z_0$  – хвильовий імпеданс вільного простору;

$R^\perp$  – відстань від лінії фронту падаючої хвилі до поверхні дзеркала:

$$R^\perp = ftg \frac{\Psi}{2} \left( tg \frac{\Psi}{2} + 2tg \theta_f \sin \varphi \right) \cos \theta_f, \quad (2)$$

де  $\Psi$  – кут, утворений між віссю  $z$  і відстанню  $R$  від фокуса до параболоїда;

$\varphi$  – азимутальний кут, відрахований від осі  $x$  (рис. 1).

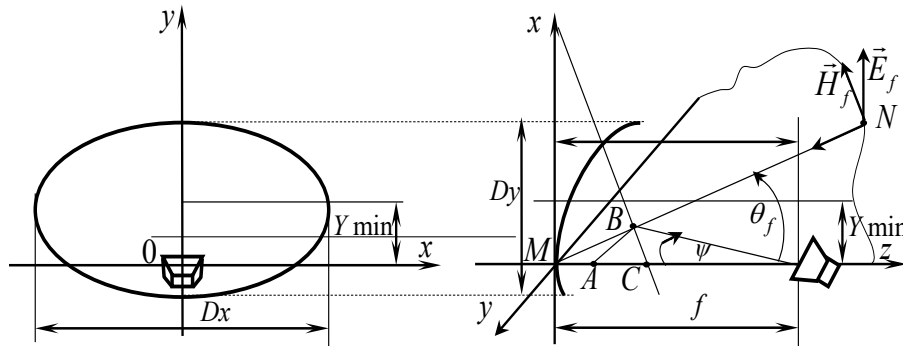


Рис. 1. Схема дзеркальної антени з несиметричним рефлектором. Випадок падіння плоскої електромагнітної хвилі, нормально поляризованої до площини падіння

Вектор щільності поверхневого струму на дзеркалі в наближенні фізичної оптики можна визначити за відомою формулою

$$\vec{j} = 2[\vec{n}, \vec{H}_f^\perp], \quad (3)$$

де  $\vec{n}$  – одиничний орт до поверхні параболоїда обертання, що дорівнює

$$\vec{n} = \vec{e}_z \cos \frac{\Psi}{2} - \vec{e}_x \sin \frac{\Psi}{2} \cos \varphi - \vec{e}_y \sin \frac{\Psi}{2} \sin \varphi. \quad (4)$$

Після підстановки (1), (4) у (3) отримаємо

$$j^\perp = 2 \frac{E_0}{Z_0} e^{ikR^\perp} (\vec{e}_x a_x^\perp + \vec{e}_y a_y^\perp + \vec{e}_z a_z^\perp), \quad (5)$$

де

$$\begin{cases} a_x^\perp = \left( \sin \frac{\Psi}{2} \sin \varphi \sin \theta_f + \cos \frac{\Psi}{2} \cos \theta_f \right); \\ a_y^\perp = -\sin \frac{\Psi}{2} \cos \varphi \sin \theta_f; \\ a_z^\perp = \sin \frac{\Psi}{2} \cos \varphi \sin \theta_f. \end{cases} \quad (6)$$

Електричну складову електромагнітного поля, що утворюється поверхневим струмом (3), можна розрахувати з виразу (5):

$$\vec{E}^\perp = \frac{1}{i\omega\varepsilon} [\text{grad div} \vec{A}^\perp + k^2 \vec{A}^\perp], \quad (7)$$

а магнітну складову – у такий спосіб:

$$\vec{H}^\perp = \frac{i}{\omega\mu} \text{rot} \vec{E}, \quad (8)$$

де електричний потенціал  $\vec{A}^\perp$ , утворений струмами, що течуть по поверхні дзеркала, визначають з такого виразу:

$$\vec{A}^\perp = \frac{1}{4\pi} \int_{(S)} \vec{j}^\perp \frac{e^{-ikr}}{r} ds, \quad (9)$$

де  $ds$  – елемент поверхні зі струмами:

$$ds = \frac{2f^2 \sin \frac{\Psi}{2}}{\cos^4 \frac{\Psi}{2}} d\psi d\varphi, \quad (10)$$

$r$  – відстань від точки спостереження  $N(x_2, y_2, z_2)$  до точки інтегрування  $M(x_1, y_1, z_1)$ , розташованої на поверхні дзеркала, що дорівнює

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (11)$$

Координати точки інтегрування подамо в такому вигляді:

$$\begin{cases} x_1 = 2fg \frac{\Psi}{2} \cos \varphi; \\ y_1 = 2fg \frac{\Psi}{2} \sin \varphi; \\ z_1 = fg^2 \frac{\Psi}{2}. \end{cases} \quad (12)$$

Вираз під інтегралом (9) з урахуванням (10)–(12) набуде такого вигляду:

$$\int_{(S)} \vec{j}^{\perp} \frac{e^{-ikr}}{r} ds = \frac{4E_0 f^2}{Z_0} \iint_{(\varphi)(\psi)} (\vec{e}_x a_x^{\perp} + \vec{e}_y a_y^{\perp} + \vec{e}_z a_z^{\perp}) \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\sin \frac{\Psi}{2}}{\cos^4 \frac{\Psi}{2}} d\psi d\varphi. \quad (13)$$

Для визначення електричної складової електромагнітного поля необхідно у вираз (7) підставити (9) з урахуванням (13).

Відомо, що за умови  $r \gg \lambda$  виконується співвідношення  $k^2 \vec{A} \gg \text{grad div} \vec{A}^{\perp}$ . З його урахуванням можна приблизно записати

$$\vec{E}^{\perp} \cong -i \frac{2E_0 f^2}{\lambda} \int_0^{2\pi} \int_0^{\Psi_0} (\vec{e}_x a_x^{\perp} + \vec{e}_y a_y^{\perp} + \vec{e}_z a_z^{\perp}) \frac{e^{ik(R^{\perp}-r)}}{r \cos \frac{\Psi}{2}} \text{tg} \frac{\Psi}{2} \left( 1 + \text{tg}^2 \frac{\Psi}{2} \right) d\psi d\varphi, \quad (14)$$

де коефіцієнти  $a_{x,y,z}^{\perp}$  визначають за виразом (6).

Для зручності використання (14) подамо координати точки спостереження  $x_2, y_2, z_2$  через відстань від неї, а також кути  $\theta_f$  і  $\theta_m$  (рис. 2):

$$\begin{cases} x_2 = f - a \cos \theta_m; \\ y_2 = a \sin \theta_f \sin \theta_m; \\ z_2 = a \sin \theta_f \cos \theta_m. \end{cases} \quad (15)$$

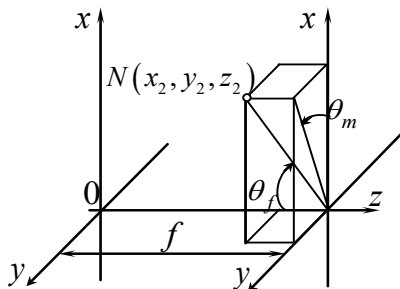


Рис. 2. Визначення координат точки спостереження

Після підстановки в (11) значень координат (12), (15) та незначних перетворень отримаємо

$$r = f \sqrt{\left( \frac{a}{f} \right)^2 + \left( 1 + \text{tg}^2 \frac{\Psi}{2} \right)^2 + \frac{2a^2}{f} \left( \text{tg}^2 \frac{\Psi}{2} \cos \theta_f - \cos \theta_f - 2 \text{tg} \frac{\Psi}{2} \sin \theta_f \cos(\theta_f - \theta_m) \right)}. \quad (16)$$

З урахуванням того, що нас цікавить поле поблизу фокуса параболоїда обертання, де виконується умова  $\frac{a}{f} \ll 1$ , застосувавши до підкореневого виразу (16) формулу

$$r = f \sqrt{\left(1 + tg^2 \frac{\Psi}{2} + \frac{a}{f} \cos^2 \frac{\Psi}{2} \left[ tg^2 \frac{\Psi}{2} \cos \theta_f - 2tg \frac{\Psi}{2} \sin \theta_f \cos(\theta_f - \theta_m) - \cos \theta_f \dots \right] \right)} \quad (17)$$

та обмежившись трьома членами в розкладанні (17), отримаємо

$$r = f \sqrt{\left(1 + tg^2 \frac{\Psi}{2} - \frac{a}{f} \left( \cos \theta_f \cos \theta_m + \sin \theta_f \sin \theta_m \cos(\theta_f - \theta_m) \right) \right)}. \quad (18)$$

Враховуючи, що  $\frac{a}{f} \ll 1$ , і нехтуючи таким співвідношенням, у знаменнику виразу (14) після підстановки в нього формул (2), (4), (18) отримаємо

$$\begin{aligned} \bar{E}^\perp \approx & -i \frac{2E_0 f}{\lambda} e^{-ikf} \int_0^{2\pi} \int_0^{\Psi_0} \left\{ \left( \bar{e}_x \left[ \sin \theta_f \sin \varphi + \frac{\cos \theta_f}{tg \frac{\Psi}{2}} \right] - \bar{e}_y \cos \varphi \sin \theta_f + \bar{e}_z \cos \varphi \cos \theta_f \right) tg^2 \frac{\Psi}{2} \times \right. \\ & \times \exp \left[ ik \left( \left( ftg^2 \frac{\Psi}{2} + 2ftg \theta_f tg \frac{\Psi}{2} \sin \varphi \right) \cos \theta_f - ftg^2 \frac{\Psi}{2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + a \left( \cos \psi \cos \theta + \sin \theta \sin \psi \left( \cos \varphi \cos \eta + \sin \varphi \sin \eta \right) \right) \right) \right] \left. \right\} d\psi d\varphi. \end{aligned} \quad (19)$$

Для взяття інтеграла позначимо

$$W_1 = \left( 2ftg \frac{\Psi}{2} \sin \theta_f + 2y_2 \sin \psi \right) k; \quad W_2 = kx_2 \sin \psi. \quad (20)$$

З урахуванням позначень (20) вираз (19) подамо в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{E}^\perp \approx & -i \frac{2E_0 f}{\lambda} e^{-ikf} \int_0^{\Psi_0} \left\{ \bar{e}_x \left( tg^2 \frac{\Psi}{2} \sin \theta_f I_{1x\varphi} + tg \frac{\Psi}{2} \cos \theta_f I_{2x\varphi} \right) + \bar{e}_y tg^2 \frac{\Psi}{2} \sin \theta_f I_{y\varphi} + \right. \\ & \left. + \bar{e}_z tg^2 \frac{\Psi}{2} \cos \theta_f I_{z\varphi} \right\} \exp \left[ ik \left( a \cos \theta \cos \psi + ftg^2 \frac{\Psi}{2} (\cos \theta_f - 1) \right) \right], \end{aligned} \quad (21)$$

де

$$\begin{cases} I_{1x\varphi} = \int_0^{2\pi} \sin \varphi e^{i(W_1 \sin \varphi + W_2 \cos \varphi)} d\varphi; \\ I_{2x\varphi} = \int_0^{2\pi} e^{i(W_1 \sin \varphi + W_2 \cos \varphi)} d\varphi; \\ I_{y\varphi} = I_{z\varphi} = \int_0^{2\pi} \cos \varphi e^{i(W_1 \sin \varphi + W_2 \cos \varphi)} d\varphi. \end{cases} \quad (22)$$

Розглянемо інтеграли (22). Позначимо:

$$W_1 = A \sin \alpha; \quad W_2 = A \cos \alpha; \quad A = \sqrt{W_1^2 + W_2^2}. \quad (23)$$

Інтеграл  $I_{1,\text{хф}}$  з (22) з урахуванням (23) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} I_{1,\text{хф}} &= \int_0^{2\pi} \sin \varphi e^{iA \cos(\varphi-\alpha)} d\varphi = \\ &= \cos \alpha \int_0^{2\pi} \sin(\varphi-\alpha) e^{-iA \cos(\varphi-\alpha)} d\varphi + \sin \alpha \int_0^{2\pi} \cos(\varphi-\alpha) e^{iA \cos(\varphi-\alpha)} d\varphi. \end{aligned} \quad (24)$$

Позначимо  $\gamma = \varphi - \alpha$ ,  $d\gamma = d\varphi$ , отримаємо

$$I_{1,\text{хф}} = \cos \alpha \int_{-\alpha}^{2\pi-\alpha} \sin \gamma e^{iA \cos \gamma} d\gamma + \sin \alpha \int_{-\alpha}^{2\pi-\alpha} \cos \gamma e^{iA \cos \gamma} d\gamma = \frac{i2\pi W_1}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} I_1 \left( \sqrt{W_1^2 + W_2^2} \right) = I_1 i 2\pi W_1. \quad (25)$$

Аналогічно отримаємо і для інших інтегралів (22):

$$\begin{cases} I_{2,\text{хф}} = 2\pi I_0 \left( \sqrt{W_1^2 + W_2^2} \right); \\ I_{2,\text{yf}} = I_{z\text{ф}} = \frac{2\pi W_2}{\sqrt{W_1^2 + W_2^2}} I_1 \left( \sqrt{W_1^2 + W_2^2} \right) = 2\pi W_2 I_1. \end{cases} \quad (26)$$

Поле в області фокуса з виразу (21) з урахуванням узятих інтегралів (25), (26) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \vec{E}^\perp &\approx -i \frac{4\pi E_0 f}{\lambda} e^{-ikf} \int_0^{\Psi_0} \left\{ \vec{e}_x \text{tg} \frac{\Psi}{2} \left( \cos \theta_f I_0 \left( \sqrt{W_1^2 + W_2^2} \right) \right) + i \sin \theta_f I_1 W_1 \text{tg} \frac{\Psi}{2} + \right. \\ &\left. + \left( \vec{e}_y \sin \theta_f + \vec{e}_z \cos \theta_f \right) i W_2 \text{tg}^2 \frac{\Psi}{2} I_1 \right\} \exp \left[ ik \left( a \cos \theta \cos \Psi - 2f \sin^2 \frac{\theta_f}{2} \text{tg}^2 \frac{\Psi}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Для взяття інтеграла і з'ясування фізики процесу необхідно використати числові методи.

Розглянемо два окремі випадки за нормального падіння плоскої хвилі  $\theta_f = 0$ : поле в точці фокуса  $a = 0$  і поле на осі дзеркала  $\theta = 0$ .

**Поле в точці фокуса** після взяття інтеграла (27) набуде вигляду

$$\vec{E}_F^\perp = E \approx \vec{e}_x i 8\pi E_0 \frac{f}{\lambda} e^{-ikf} \ln \left| \cos \frac{\Psi_0}{2} \right|. \quad (28)$$

Працездатність (28) перевіримо на прикладі антенної системи РЛС 1РЛ133 «Кредо» [17] шляхом підстановки її параметрів у вираз для визначення поля, що випромінюється рупорним опромінювачем у площині  $H$ :

$$E_1^H(\theta) = \frac{1 + \cos \theta}{2} \cdot \frac{\cos \left( \frac{a}{\lambda} \sin \theta \right)}{1 - \left( \frac{2a}{\lambda} \sin \theta \cdot \frac{1}{\pi} \right)^2}, \quad (29)$$



А також у площині  $E$  :

$$E_2^E(\theta) = \frac{1 + \cos \theta}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{b}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{b}{\lambda} \sin \theta}. \quad (30)$$

На рис. 3 наведено діаграми спрямованості, побудовані для рупорного опромінювача дзеркальної антени за параметрами РЛС 1РЛ133 «Кредо» в площині  $H$  за відомим наближеним виразом (29) –  $\vec{E}_1(\theta)$  та в площині  $E$  (30) –  $\vec{E}_2(\theta)$ .

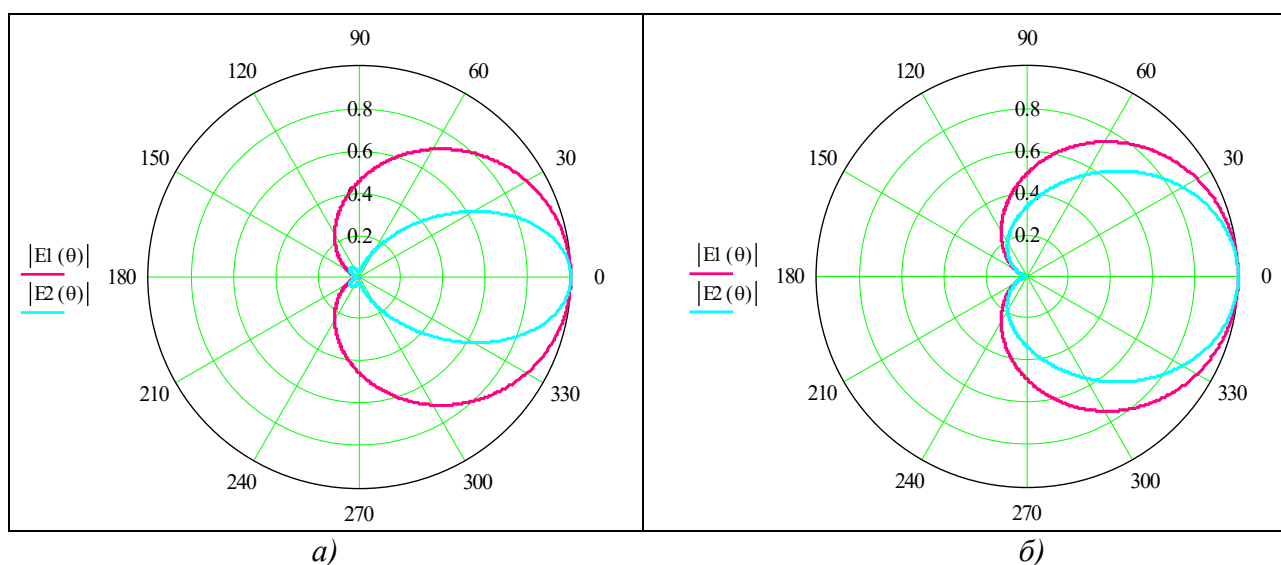


Рис 3. Діаграма спрямованості рупорного опромінювача:  
а) у площині  $H$ ; б) у площині  $E$

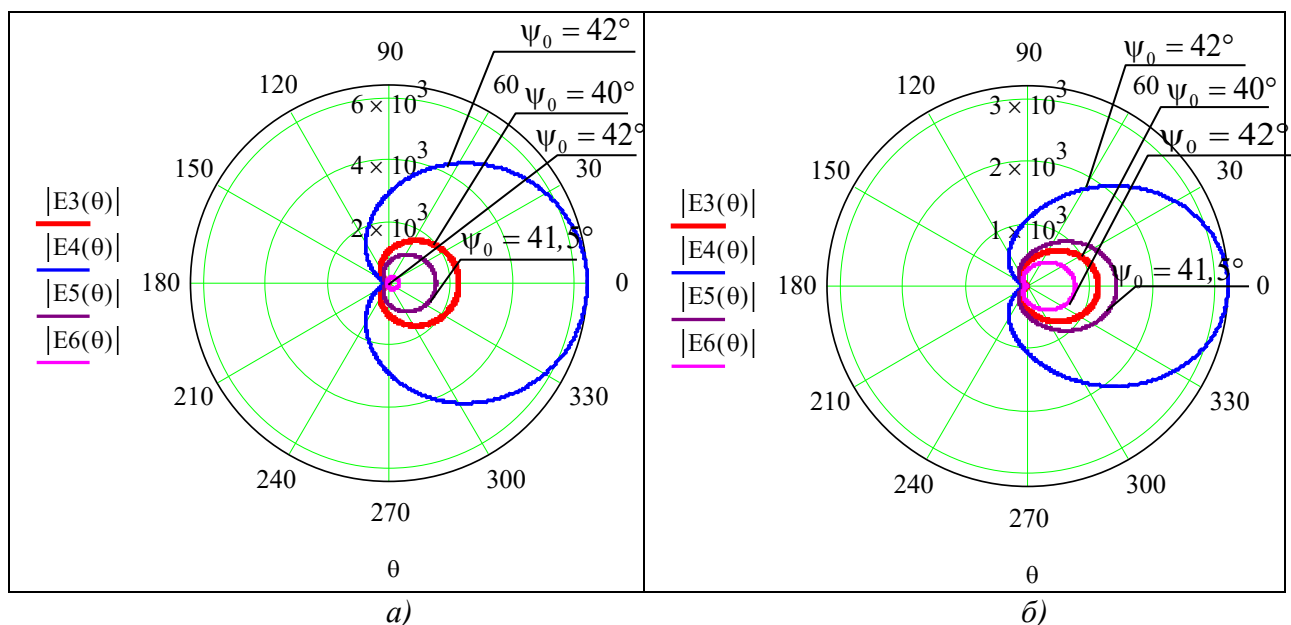


Рис 4. Діаграма спрямованості антенної системи з урахуванням впливу рупорного опромінювача для кутів його нахилу  $\psi_0$  :  
 $E3(\theta) \psi_0 = 40^\circ$ ;  $E4(\theta) \psi_0 = 41^\circ$ ;  $E5(\theta) \psi_0 = 41,5^\circ$  та  $\psi_0 = 42^\circ$   $E6(\theta)$

На рис. 4 наведено діаграми спрямованості електромагнітного поля за отриманим методом перевалу (28) для визначення поля в точці фокуса після взяття інтеграла (27), що випромінюється рупорним опромінювачем антенної системи РЛС 1РЛ133 «Кредо» [17] у площині  $H$ . Фокусна відстань  $f = 0,27$  м. Кут нахилу опромінювача  $\psi = 41^\circ$ .

З рис. 4 видно, що зміна кута нахилу опромінювача навіть на  $0,5^\circ$  зумовить зменшення електромагнітного поля майже втричі, що свідчить про суттєвий вплив будь-яких неоднорідностей, неточностей кріплення тощо на поле, що збуджується в області фокуса параболоїда обертання.

Отже, отриманий за числовим методом вираз для визначення електромагнітного поля в області фокуса параболоїда обертання дзеркальної антенної системи є хоча й наближеним, проте працездатним із досить прийнятною точністю. Похибки, що виникають, будуть розглянуті в подальших дослідженнях.

**Поле на осі дзеркала** за прямого падіння електромагнітної хвилі від рупорного опромінювача (21) з урахуванням узятих інтегралів (25), (26) після взяття інтеграла (27) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{|\theta_f=0}^{\perp} \approx \bar{e}_x i8\pi E_0 \frac{f}{\lambda} e^{-ikf} \left[ I_0(ka) \ln \left| \cos \frac{\Psi_0}{2} \right| - i_2 I_1(ka) \left( \sin^2 \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) + \ln \left| \cos \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) \right| \right) - \right. \\ \left. - 2I_2(ka) \left( 2 \sin^4 \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) + \ln \left| \cos \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) \right| \right) + iI_3(ka) \left( -4 \sin^4 \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) + \frac{16}{3} \sin^6 \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \left( \sin^2 \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) + \ln \left| \cos \left( \frac{\Psi_0}{2} \right) \right| \right) \right) - \dots \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Моделювання за виразом (26) буде проведено в подальших дослідженнях.

**Висновки.** У статті наведено спосіб визначення електромагнітного поля в області фокуса параболоїда обертання дзеркальної антени та на осі дзеркала шляхом розв'язання інтегральних рівнянь числовим методом за нормальної поляризації падаючої хвилі.

Запропонований порядок розрахунку має недолік у тому, що може бути реалізований лише числовими методами, оскільки отримані інтеграли не є табличними і не підлягають приведенню до таких. Цей недолік було усунуто шляхом визначення електромагнітного поля в області фокуса параболоїда обертання дзеркальної антени та на осі дзеркала розв'язком інтегральних рівнянь числовим методом. Працездатність отриманого розв'язку складного інтегрального рівняння доведено шляхом моделювання.

Розрахунки за новим методом дозволяють оцінювати вплив різних елементів (неоднорідностей, неточностей кріплення тощо), розміщених у площині фокуса, на розсіяння антенних систем у цілому в разі будь-якого падіння хвилі на дзеркало.

Новизна отриманих результатів полягає в застосуванні нового числового методу визначення розсіяного електромагнітного поля, перевипроміненого рупорним опромінювачем, розташованим у фокусі параболоїда обертання антенної системи з метою покращення тактико-технічних характеристик радіотехнічних систем, на яких вони встановлені.

Розробка таких моделей і алгоритмів дозволить створювати принципово нові швидкодіючі системи автоматичного проєктування, що надасть можливість розраховувати

антени даного типу з точністю, яка значно перевищує максимально можливу в наявних системах проектування [18–22]. Це сприятиме істотному зниженню матеріально-часових витрат на кінцеве доведення і налаштування розроблених антенних систем.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вуд П. Анализ и проектирование зеркальных антенн / Пер. с англ. под ред. О. П. Фролова. Москва : Радио и связь, 1984. 208 с.
2. Neganov V. A., Klyuev D. S., Sokolova J. V. A Method for Calculation of the Input Impedance of a Microstrip Electric Dipole // Radiophysics and Quantum Electronics. 2008. Vol. 51. № 12. P. 956–965.
3. Прохоров И. О., Кондратьева А. П. Зеркальная антенна с диаграммой направленности специальной формы // Антенны. 2009. Вып. 12 (151). С. 9–12.
4. Скулкин С. П., Турчин В. И. Импульсное поле офсетной параболической антенны в дальней зоне // Антенны. 2009. Вып. 6 (145). С. 3–7.
5. Будагян И. Ф., Щучкин Г. Г. Характеристики поля зеркальной антенны с корректирующим импедансом в ближней и дальней зонах при работе со сверхкороткими импульсами // Антенны. 2008. Вып. 4 (131). С. 20–26.
6. Кирьянов О. Е., Мартынов Н. А. Комбинированная итерационная методика расчета эффективной площади рассеяния зеркальных антенн // Антенны. 2009. Вып. 10 (149). С. 17–25.
7. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики : учеб. пособ. для студентов вузов. Москва : Высшая школа, 1991. 224 с.
8. Галишникова Т. Н., Ильинский А. С. Численные методы в задачах дифракции. Москва : Изд-во МГУ, 1987. 208 с.
9. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. Москва : Янус, 1995. 520 с.
10. Вайникко Г. М., Лифанов И. К., Полтавский Л. Н. Численные методы в гиперсингулярных интегральных уравнениях и их приложения. Москва : Янус, 2001. 508 с.
11. Неганов В. А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. Москва : Сайнс-Пресс, 2008. 450 с.
12. Давыдов А. Г., Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Метод численного решения задач дифракции электромагнитных волн на незамкнутых поверхностях произвольной формы // Доклады академии наук СССР. 1984. Т. 276. № 1. С. 96–100.
13. Лифанов И. К. Численные методы решения некоторых классов сингулярных интегральных уравнений и их приложение в аэродинамике : дис. док. физ.-мат. наук. Москва, 1981. 256 с.
14. Сидорчук О. Л. Метод визначення електромагнітного поля, розсіяного від рупорного опромінювача, розташованого у фокусі параболоїда обертання антенної системи станцій наземної розвідки // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць ЖВІ. Житомир : ЖВІ, 2019. Вип. 16. С. 80–93.
15. Сидорчук О. Л. Метод покращення поляризаційних характеристик антенних систем переносних станцій наземної розвідки // Проблеми створення, випробування, застосування

та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць ЖВІ. Житомир : ЖВІ, 2018. Вип. 15. С. 78–93.

16. Сидорчук О. Л. Метод проектування радіолокаційних станцій наземної розвідки з антенною системою колової поляризації // Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки і оборони. Київ : НУОУ, 2018. Вип. 3 (33) С. 25–35.

17. Methodology improvment of the electromagnetic field amplitude study related to the antenna system risk radio-solid station of land-development "Credo-M1" / O. Sidorchuk, O. Tofanchuk, O. Kritenko, Yu. Kalenchuk // Scientific works of Kharkiv National Air Force University. 2017. № 5 (54). С. 102–109.

18. Астахов В. Н. Дифракция на проводящем шаре в поле параболоида антенны // Изв. ЛЭТИ. Научн. труды. 1974. Вып. 155. С. 25–31.

19. Астахов В. Н., Степанов В. А. Определение ЭПР параболоида вращения с проводящим шаром в фокусе // Изв. ЛЭТИ. Научн. труды. 1975. Вып. 178. С. 28–37.

20. Астахов В. Н., Степанов В. А. Определение дифракционного поля в области фокуса параболоида вращения // Изв. ЛЭТИ. Научн. труды. 1979. Вып. 245. С. 25–30.

21. Залевский Г. С. Обзор методов расчета вторичного излучения радиолокационных объектов // Системы обробки інформації : зб. наук. праць. Харків : ХУПС, 2007. Вип. 7 (65). С. 16–24.

22. Сидорчук О. Л. Аналіз методів і способів зменшення ефективної поверхні розсіювання антенних систем // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. Житомир, 2012. № 2 (61). С. 94–106.

Подано 30.12.2019

**О. Л. Сидорчук, С. П. Фриз, В. И. Залевский, Л. М. Марищук**

### **ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОБЛАСТИ ФОКУСА ПАРАБОЛОИДА ВРАЩЕНИЯ ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМЫ**

*В ходе анализа антенн и разработки их новых образцов, в том числе зеркальных, необходимо определить (рассчитать) их основные характеристики (параметры). Для этого нужно исследовать электромагнитное поле, которое возбуждается в области фокуса параболоида вращения, облучается рупорным облучателем.*

*В настоящее время такие расчеты проводятся с помощью современных программных продуктов моделирования. Они основываются на общих числовых методах решения уравнений Максвелла и подаются как готовый продукт без раскрытия внутреннего содержания. Поэтому оценка погрешности расчетов с помощью таких программ практически невозможна.*

*В результате математической сложности даже простейших задач рассеяния и дифракции редко удается получить в замкнутом виде решения, применимые для непосредственного расчета практически полезных физических характеристик. Таким образом, приходится допускать определенную степень приближения для формирования граничных условий, решения уравнений или на всех этапах.*

*Полученные ранее алгоритмы расчета имеют недостаток, поскольку могут быть реализованы только численными методами, так как полученные интегралы не являются табличными и не подлежат приведению к таковым. Именно поэтому возникает*

необходимость в упрощении выражений для рассеянного рупором поля путем аппроксимации и получения простых формул.

*В статье предложено определение электромагнитного поля в области фокуса параболоида вращения зеркальной антенны и на оси зеркала путем решения интегральных уравнений численным методом при поляризации падающей волны.*

*Новизна полученных результатов заключается в применении нового численного метода определения рассеянного электромагнитного поля, переизлучённого рупорным облучателем, расположенным в фокусе параболоида вращения антенной системы, с целью улучшения тактико-технических характеристик радиотехнических станций, на которых она установлена.*

*Получены конечные приближённые выражения, из которых понятна физика явления переотражения (рассеивания).*

**Ключевые слова:** *параболоид вращения; зеркальная антенна; малогабаритный рупорный облучатель.*

**O. L. Sidorchuk, S. P. Fryz, V. I. Zalevsky, L. M. Maryshchuk**

## **NUMERICAL METHOD OF DETERMINATION OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD, IN THE FIELD OF FOCUS OF THE PARABOLOID OF THE MIRROR OF THE MIRROR ANTENNA SYSTEM**

*When analyzing antennas, and especially when developing new ones, including mirrors, there is a problem of calculating their basic parameters. For this purpose it is necessary to study the electromagnetic field excited in the focus region of the paraboloid of rotation, which is irradiated by the horn irradiator.*

*At present, such calculations are made using modern computer simulation software. They are based on common numerical methods for solving Maxwell's equations and are presented as a finished product without disclosing internal content. So, estimating the error of calculations with the help of such programs is almost impossible.*

*Due to the mathematical complexity of even the simplest scattering and diffraction problems, it is rarely possible to obtain closed-form solutions that are convenient for the direct calculation of virtually useful physical characteristics. Thus it is necessary to allow a certain degree of approximation when forming boundary conditions, solving equations, or at all stages.*

*The previously obtained calculation algorithms have the disadvantage that they can be implemented only by numerical methods, since the integrals obtained are not tabular and cannot be reduced to such. There is a need to simplify the expressions for the field scattered by the horn by approximating and obtaining simple formulas.*

*The paper proposes to determine the electromagnetic field in the focus area of the paraboloid of the rotation of the mirror antenna and on the axis of the mirror by solving the integral equations by a numerical method with the normal polarization of the incident wave.*

*The novelty is the use of a new numerical method for determining the scattered electromagnetic field, irradiated by a horn irradiator, which is located in the focus of the antenna system's rotational paraboloid in order to improve the tactical and technical characteristics of the radio stations at which they are installed.*

*Finite expressions, albeit approximate ones, are obtained, from which the physics of the phenomenon of re-reflection is understood.*

**Keywords:** *rotary paraboloid; mirror antenna; small-sized horn irradiator.*